Vmatematika v šoli ≥ 3|4

matematika v šoli ∞ letnik 20 ∞ št 3|4

matematika v šoli ∞ letnik XX. ∞ št 3|4

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana.

Vsebina

Uvodnik

Jerneja Bone
02 **V številkah skozi 20 letnikov revije Matematika v šoli**

Uredniški odbor revije Matematika v šoli
06 **Vprašalnik o poslanstvu revije Matematika v šoli**

Osnovna šola

Helena Ferjančič
07 **Bralna pismenost in samostojno učenje**

Barbara Kovač
14 **Preiskovalna situacija – Lov na vesoljčke**

Evgenija Godnič
28 **Matematika se sprehaja – Matematika v okolju**

Nataša Podojstršek
39 **Matematični aktivnosti pri izbirnem predmetu Matematična delavnica**

Srednja šola

Damjana Jovan
46 **Uporaba bralnih učnih strategij pri obravnavi vsebine funkcije**

Mojca Plut
53 **Matematični maraton – vključevanje metakognitivnih strategij**

Emilija Grahor
60 **Razvijanje kompetence učenje učenja pri vsebini »Elipsa«**

Tine Golež
70 **Analiza fotografije kot primer realistične matematike**

Novice

Milan Hladnik
73 **Razmišljanja o Močniku in njegovih načelih**

Sonja France
79 **Letna srečanja osnovnošolskih in srednješolskih učiteljev matematike na Gimnaziji Velenje**

Jerneja Bone
83 **Z najboljšimi učenci in dijaki ter njihovimi mentorji s tekmovanj iz matematike BISTROUMI 2014**

Erik Vrčon
95 **Piramida 2014 gimnazije Tolmin**

97 **Ponudba izobraževanj Zavoda RS za šolstvo za učitelje matematike**

99 **Utrjevanje računskih operacij**

Contents

Editorial

Jerneja Bone 02
20 volumes of the journal Mathematics in School through numbers

Editorial Board of Journal Mathematics in School 06
Questionnaire on the mission of the journal Mathematics in school

Primary school

Helena Ferjančič 07
Reading literacy and self-directed learning

Barbara Kovač 14
An investigative situation – hunting for aliens

Evgenija Godnič 28
Math takes a walk – Mathematics in the environment

Nataša Podojstršek 39
Mathematical activity in the elective subject Mathematical Workshop

Secondary school

Damjana Jovan 46
The usage of reading-learning strategies in the treatment of content featuring the mathematical function

Mojca Plut 53
Mathematical Marathon – the integration of metacognitive strategies

Emilija Grahor 60
Developing competence of learning in the treatment of content featuring the ellipsis

Tine Golež 70
An analysis of photography as an example of realistic mathematics

News

Milan Hladnik 73
Reflections on Močnik and his principles

Sonja France 79
The annual meetings of primary and secondary school teachers of mathematics at the Velenje Gymnasium

Jerneja Bone 83
With the best learners, pupils and their mentors from competitions in mathematics – INGENIOUS 2014

Erik Vrčon 95
Pyramid 2014 at the Tolmin gymnasium

Training opportunities of the National Education Institute for Teachers of Mathematics 97

Revision of mathematical operations 99

V številkah skozi 20 letnikov revije Matematika v šoli

20 volumes of the journal Mathematics in School through numbers

Jerneja Bone
odgovorna urednica

Se spomnite naslovnice katere izmed revij Matematike v šoli, ki so izšle v vseh letih njenega izhajanja? Imate morda (vse številke) revije spravljene v šolski knjižnici, svojem kabinetu, zasebni knjižnici? Jih kdaj prelistate, uporabite zapisano vsebino pri strokovnem delu, pri poučevanju, pri pisanju prispevkov za matematično konferenco ali ob pisanju prispevkov s področja matematike za druge konference, npr. SirIKT?

[Slika 1] Devetnajst letnikov zbranih v krogu, 20. letnik v sredini

MATEMATIKA V ŠOLI, letnik 20, številka 3-4, oktober 2014 | ISSN 1318-010X | **Izdal in založil:** Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, Poljanska 28 | **Predstavnik:** dr. Vinko Logaj | **Uredniški odbor:** Jerneja Bone, Zavod RS za šolstvo, jerneja.bone@zrss.si (odgovorna urednica); Darja Antolin, Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta Maribor, darja.antolin@uni-mb.si; dr. Darjo Felda, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta Koper, darjo.felda@pef.upr.si; dr. Marjan Jerman, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, marjan.jerman@fmf.uni-lj.si; Sabina Kumer, Šolski center Krško – Sevnica, kumer.sabina@gmail.com; dr. Zlatan Magajna, Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta Ljubljana, zlatan.magajna@pef.uni-lj.si, mag. Sonja Rajh, Zavod RS za šolstvo sonja.rajh@zrss.si; Simona Vreš, Gimnazija Ravne na Koroškem, simona.vres@guest.arnes.si, dr. Lucija Željko, Osnovna šola Sostro, lucija.zeljko@guest.arnes.si; dr. Herremans Adriaan, Universiteit Antwerpen, Belgija; dr. Jasmina Milinković, Pedagoška fakulteta Beograd, Srbija; dr. Bernat Sebastià Martinez, Univerza Alicante, Španija | **Jezikovni pregled:** Tatjana Ličen | **Izvlečki v angleščini:** mag. Gregor Adlešič, Saša Radusinović | **Oblikovanje:** Anže Škerjanec | **Urednica založbe:** Simona Vozelj | **Naslov uredništva:** Zavod RS za šolstvo, OE Nova Gorica (za revijo Matematika v šoli), Erjavčeva 2, 5000 Nova Gorica | **Prelom in tisk:** Tiskarna Povše BM d.o.o. | **Naklada:** 600 izvodov | **Letna naročnina** (4 številke oziroma 2 dvojni): 20,86 EUR za šole in ustanove, 14,19 EUR za posameznike in 13,35 EUR za dijake, študente in upokojence. | Cena posamezne dvojne številke v prosti prodaji je 13,35 EUR. | **Naročila:** ZRSŠ – Založba, Poljanska cesta 28, 1000 Ljubljana, faks: 01/30 05 199, e-pošta: zalozba@zrss.si | Revija je vpisana v razvid medijev, ki ga vodi Ministrstvo za kulturo pod zaporedno številko 568. | Revija Matematika v šoli je indeksirana in vključena v mednarodne baze podatkov: | MathEduc – Mathematics Education Database, ZDM – The International Journal on Mathematics Education, Co-operative Online Bibliographic System and Serveces (COBISS) | Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana. | © Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2014 | Vse pravice pridržane. Brez založnikovega pisnega dovoljenja ni dovoljeno nobenega dela revije na kakršenkoli način reproducirati, kopirati ali kako drugače razširjati. Ta prepoved se nanaša tako na mehanske oblike reprodukcije (fotokopiranje) kot na elektronske (snemanje ali prepisovanje na kakršenkoli pomnilniški medij) ter medijske oblike reprodukcije.

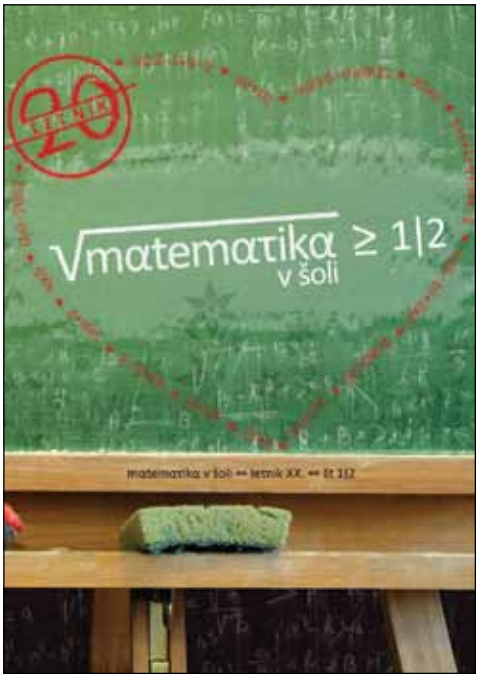
Prepričana sem, da ste revijo v obdobju, odkar izhaja, vzeli za svojo in da rečete v pogovoru »naša revija«. Kot odgovorni urednici, ki imam nalogo, da se dopisujem po elektronski pošti z avtorji prispevkov, mi je vedno toplo pri srcu, ko mi kdo napiše: »Čakam, da izide naša revija.« Da, naša. Tako je prav. Vsi jo soustvarjamo in skrbimo, da bo kakovostna.

Večkrat pravijo, da imamo matematiki radi številke. In če jih imamo res, se sprehodite z mano skozi 20 letnikov revije Matematika v šoli, s številkami kakopak.

V dvajsetih letnikih je izšlo 45 številk revije, od tega 14 enojnih številk, preostale so bile dvojne. V treh letnikih so izšle po štiri številke na leto, v enem letniku dve številki oz. ena številka, v preostalih 15 letnikih pa dve dvojni številki v letniku. Tudi obseg posamezne številke se je spreminjal, zdaj imamo 100 strani v eni dvojni številki. V vseh 45 številkah je objavljenih 597 prispevkov 312 različnih avtorjev (do vključno številke, ki jo berete). V naštetih prispevkih so zajeti tudi krajši prispevki, predvsem obvestila, napovedniki seminarjev, tekmovanj, nagradnih nalog, uvodniki, poročila … V povprečju je bilo v enem letniku objavljenih 30 različnih prispevkov, z revijo pa je v enem letniku v povprečju sodelovalo 16 različnih avtorjev. Nekateri avtorji so objavili več prispevkov. Med avtorji so bili učitelji z vseh stopenj izobraževanja, vzgojitelji v vrtcih, profesorji na fakultetah, odzvali so se tudi že upokojenci kot avtorji prispevkov. Mnogi med vami ste se preizkusili kot avtorji, drugi kot soavtorji prispevkov. Kot odgovorna urednica se zavedam, da je kakovost prispevkov pomembna in ključna za ohranjanje namena, za katerega je bila revija ustanovljena.

Revijo je soustvarjalo v uredniških odborih in založbi Zavoda RS za šolstvo skupaj 49 učiteljev matematike na osnovnih in srednjih šolah, profesorjev s fakultet, zunanjih sodelavcev (lektorji, oblikovalci, prevajalci …) in zaposlenih na Zavodu RS za šolstvo.

Vse naštete podatke s poimenskimi seznami in kronološkim pregledom najdete v publikaciji, ki smo jo izdali ob izidu 20. letnika revije Matematika v šoli z naslovom **Jubilejna publikacija ob izidu 20. letnika revije Matematika v šoli**. Dosegljiva je na spletu, v digitalni knjižnici Zavoda RS za šolstvo (pot: spletna stran ZRSŠ digitalna knjižnica),



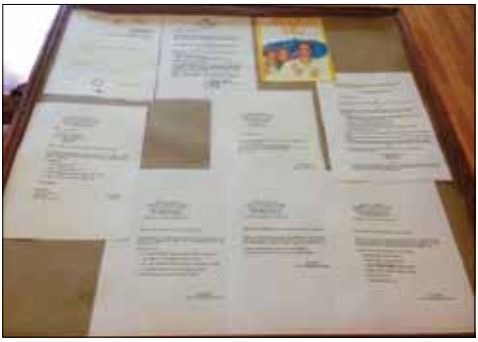
[Slika 2] Naslovnica Jubilejne publikacije ob izidu 20. letnika revije Matematika v šoli

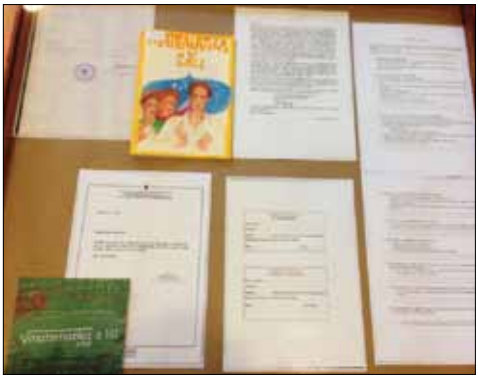
a kljub temu da smo jo izdali le v elektronski obliki, verjamem, da jo boste prelistali. Morda vas pritegnemo k listanju in branju s podatkom, da so objavljene naslovnice posameznih letnikov. Ob ogledu naslovnic se boste spomnili marsikatere od revij, ki ste jo prelistali. Objavili smo tudi kazala vseh 45 izdanih številk zato, da se citiranost revije v strokovnih prispevkih s področja matematike poveča. Ob pisanju prispevkov za različne konference namreč pogrešamo navajanje literature in virov, ki so strokovno podprti in objavljeni v slovenskem prostoru, še posebej v publikacijah, ki ji izdaja založba Zavoda RS za šolstvo. Zdaj bo iskanje po avtorjih ali besedah iz naslova prispevkov lažje, saj dokument na spletu omogoča s svojimi orodji iskanje po ključni besedi, ki jo zapišemo.

Izida 20. letnika revije smo se spomnili na 2. mednarodni konferenci o učenju in poučevanju matematike, ki je bilo v Čatežu ob Savi 21. in 22. avgusta. Okrogla miza je potekala v četrtek popoldne z zadovoljivim obiskom udeležencev. Zavedam se, da nismo uresničili pričakovanja slehernega izmed udeležencev okrogle mize, a smo se trudili. Veseli smo bili pohval in tudi konstruktivnih kritik naših zvestih bralcev, ki ste nam jih posredovali po okrogli mizi. Vse, kar ste nam sporočili, nas zavezuje, da bomo še boljši.

[Slika 3] Sodelujoči na okrogli mizi: Simona Vozelj (urednica založbe ZRSŠ, dr. Zlatan Magajna (član uredniškega odbora), Jerneja Bone (odgovorna urednica)

[Slika 4] Sodelujoči na okrogli mizi: mag. Marija Lesjak Reichenberg (vodja založbe ZRSŠ), dr. Darjo Felda (član uredniškega odbora), Simona Vreš (članica uredniškega odbora)





[Slike 5–7] Na razstavi na KUPM 2014

Z razstavo smo se spomnili začetkov nastanka revije, kjer smo predstavili fotokopije izvirnih dokumentov, ki predstavljajo vpogled v začetek izhajanja revije.

Postanite tudi vi del zgodbe o reviji Matematika v šoli, pišite, objavljajte, obveščajte nas, kaj se v povezavi z matematiko dogaja na vaših šolah, opišite primere obetavnih praks …, in če ne veste ali niste prepričani, ali bo neka vsebina zanimiva za bralce, pišite in vprašajte.

Prepričana sem, da bomo zgodbo o reviji Matematika v šoli uspešno pisali še naprej.

Vprašalnik o poslanstvu revije Matematika v šoli

Questionnaire on the mission of the journal Mathematics in school

Uredniški odbor revije
Matematika v šoli

Spoštovane bralke in cenjeni bralci revije Matematika v šoli.

Ob izidu prve številke revije Matematika v šoli je bil bralcem posredovan vprašalnik, s katerim je uredniški odbor želel zaznati in prepoznati želje, potrebe in pričakovanja vas bralcev.

Po 20 letih smo se odločili, da vprašalnik ponovimo, ker menimo, da je še vedno aktualen.

V dveh desetletjih se je tehnologija močno razvila, zato bomo prednosti novih tehnologij izkoristili pri ponovnem pošiljanju anketnega vprašalnika do vas bralcev in zbiranju podatkov. Vabimo vas, da se odzovete našemu povabilu in odgovorite na nekaj vprašanj in tako pomagate soustvarjati revijo. Na povezavi http://www.zrss.si/vprasalniki/matematika-v-soli.asp oz. s skeniranjem kode QR pridete do vprašalnika in ga izpolnite. Nekatera vprašanja iz leta 1993 smo izpustili, večino pa smo se jih odločili obdržati.

Vaše odgovore bomo zbirali do 4. 1. 2015, o rezultatih pa vas bomo obvestili v eni od številk 21. letnika revije, v letu 2015.

Za vaše sodelovanje se vam Uredniški odbor revije Matematika v šoli zahvaljuje.

Bralna pismenost in samostojno učenje

Reading Literacy and Independent Learning

Helena Ferjančič
Osnovna šola Dobravlje

Σ Povzetek

V prispevku je predstavljenih nekaj primerov prakse, kako učence motivirati oziroma spodbujati in usmerjati k dejavni rabi učbenika pri pouku matematike za usvajanje novih učnih vsebin.

Ključne besede: matematika, primeri prakse, uporaba učbenika, bralna pismenost.

Σ Abstract

The article presents several good practices of motivating students, encouraging them and facilitating active use of textbook during the instruction of mathematics in order for students to assimilate new learning material.

Key words: *mathematics, good practices, use of textbook, reading literacy.*

α Sodelovanje v projektu Opolnomočenje učencev z izboljšanjem bralne pismenosti in dostopa do branja

Naša šola se je v šolskem letu 2011/12 vključila v projekt Opolnomočenje učencev z izboljšanjem bralne pismenosti in dostopa do znanja. Bila sem izbrana v razvojni tim kot računalničarka na šoli. Ker pa sem predvsem učiteljica matematike, sem vseskozi iskala na vseh seminarjih, konferencah in posvetih v okviru tega projekta ideje in znanje, kako bi pomagala pri učencih na šoli pri pouku matematike izboljšati poleg matematične tudi bralno pismenost. Začutila sem, da moramo tudi pri matematiki nekaj spremeniti. V operativnem načrtu šole smo si zastavili cilj, da bi učenci pri večini predmetov več uporabljali učbenik, da bi učitelji učence naučili uporabljati bralne učne strategije in se učili učenja pri vseh predmetih po celotni vertikali, to je v vseh treh triadah.

Do tedaj so učenci učbenik uporabljali pri pouku matematike večinoma za reševanje različnih nalog in utrjevanje. Hotela sem, da bi učenci pri urah bili dejavnejši pri usvajanju novih vsebin s pomočjo učbenika. Razmišljala sem, kako učence motivirati, da bi začeli učbenik uporabljati tudi v te namene.

β Motiviranje za uporabo učbenika

Začela sem tako, da sem jim v začetku ure postavljala različne trditve, za katere so morali utemeljevati njihovo pravilnost ali nepravilnost, potem pa so svoja domnevanja preverili z branjem v učbeniku. Idejo sem dobila v delavnici, ki sta jo na regijskem posvetu v januarju 2012 na naši šoli vodili Mariza Skvarč in Jerneja Bone. To počnem velikokrat za napoved nove učne snovi ali osvežitev predznanja.

Primer za 8. razred: Obratna števila

Trditev	Utemeljitev
Obratno število je drugo ime za nasprotno število.	Drži./ Ne drži.
Produkt obratnih števil je 1.	Drži./ Ne drži.

Zanimive so bile napačne utemeljitve učencev. Veliko jih je zapisalo, da je obratno število drugo ime za nasprotno, saj so že pri obravnavi nasprotnega števila ta dva izraza zamenjevali.

Primer za 8. razred: Krog in njegovi deli

Trditev	Utemeljitev
Krog je geometrijski lik, ki ga omejuje krožnica.	Drži./ Ne drži.
Tetiva je daljica, ki se dotika kroga.	Drži./ Ne drži.

Učenci s prvo trditvijo niso imeli težav. Skoraj vsi so pravilno izbrali, da drži, in jo utemeljili z risanjem, pisno utemeljevanje in izražanje pri matematiki pa ni tako enostavno. Pri drugi trditvi so bili odgovori zelo različni. Zelo zanimiva se mi je zdela utemeljitev enega učenca, ki je napisal, da drži, da se tetiva dotika kroga in to utemeljil z ahilovo tetivo na nogi.

Po prebrani snovi in primerih v učbeniku učenci svoje trditve popravijo v pravilne in iz moje prakse si veliko bolj zapomnijo, kot če bi jim jaz že v začetku ure to povedala.

γ Uporaba učbenika pri usvajanju novih vsebin

V želji po samostojnem delu učencev pri pouku jim pripravim učne liste z navodili za usvajanje nove učne snovi. Učenci individualno s pomočjo branja v učbeniku izpolnjujejo učni list. Po izpolnjevanju se o predelani snovi pogovorimo. Učenci predlagajo naslov, ki si ga zapišejo v prazen kvadratek.

Primer za 8. razred: Dolžina krožnega loka

Uporaba učbenika KOCKA 8

Preberi besedilo na strani 171.
1. Kateri del kroga največkrat opisuje besedilo?
_____

2. Preriši sliko (skico) na rumeni podlagi.

3. Dopolni:
Središčni kot označimo s črko ___,
polmer kroga s črko ___,
krožni lok pa z ___.

4.
a) Središčni kot v prvem krogu meri ____ , saj je _____ kroga pobarvanega zeleno.
b) Središčni kot v drugem krogu meri ____, saj je _____ kroga pobarvanega zeleno.
c) Središčni kot v tretjem krogu meri ____, saj je _____ kroga pobarvanega zeleno.
č) Če bi središčni kot meril 120°, bi bilo ____ kroga pobarvanega.

5. Izračunaj obseg kroga s polmerom 5 cm.

6. Dolžine krožnih lokov prikaži s tabelo, ki je na strani 172:

Središčni kot a			
Krožni lok – del krožnice			
Dolžina krožnega loka			

7. Dopolni:
Če je središčni kot dvakrat večji, je dolžina krožnega loka dvakrat _____ . Petkrat manjši središčni kot, _____ krajši krožni lok. Središčni kot in dolžina pripadajočega krožnega loka sta _____ .

8. Izračunaj dolžino krožnega loka v krogu s polmerom 12 cm, če meri središčni kot
a) a = 120°

Če bomo poznali polmer in središčni kot v krogu, bomo dolžino krožnega loka izračunali z obrazcem:
_____

b) a = 48°

Reši na strani 174 nalogo 46, če ti ostane čas, pa še Izziv na vrhu strani.

[Učni list 1] Dolžina krožnega loka (vir: Kocka 8 (2004). Ljubljana: Modrijan. str. 171)

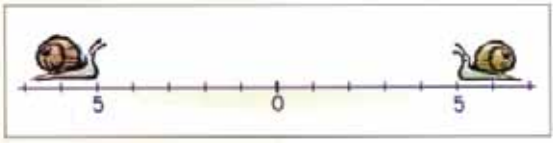
S takimi učnimi listi imam veliko priprav, vendar je rezultat po taki uri veliko boljši kot frontalni pouk. Pri učencih vidim zadovoljstvo, da so sami prišli do znanja, ki ga potrebujejo za reševanje nalog. Če naloge znajo reševati, je to največji uspeh.

δ Višje ravni razumevanja branja

Ko se otroci naučijo brati, želimo in naš cilj je, da bi tudi razumeli, kaj so prebrali, in to znanje uporabili. Mednarodna raziskava PISA ugotavlja, kako naši učenci pridobljeno znanje uporabijo v različnih življenjskih, problemsko zasnovanih situacijah. Pisa tako razumevanje prebranega deli v tri ravni:

1. raven – **besedno razumevanje**, vprašanja so vezana le na spomin, odgovore učenci najdejo v gradivih.
2. raven – **interpretativno razumevanje**, opišejo postopke, povezujejo znanja, povedo bistvo, rešujejo naloge.
3. raven – **kritično in ustvarjalno ter uporabno razumevanje**, učenci razmišljajo o besedilu in podatkih, o njihovi zadostnosti in pravilnosti, uporabljajo podatke pri reševanju novih problemov ali sami sestavljajo naloge.

Primer za 8. razred: Absolutna vrednost



Polžka Pepe in Poldi tekmujeta, kateri bo prej prilezel do izhodišča *O* na številski premici.

Razmislimo
Kolikšno razdaljo mora prelesti Pepe in kolikšno Poldi, da bosta prišla do cilja?
Kateri bo prej prilezel do cilja, če lezeta z enako hitrostjo?

Oba polža morata do cilja prelesti 5 enot, vendar v nasprotni smeri. Če lezeta z enako hitrostjo, bosta hkrati prilezla do cilja.

|*OA*| je razdalja med točkama *O* in *A*.
|−5| je absolutna vrednost števila −5.

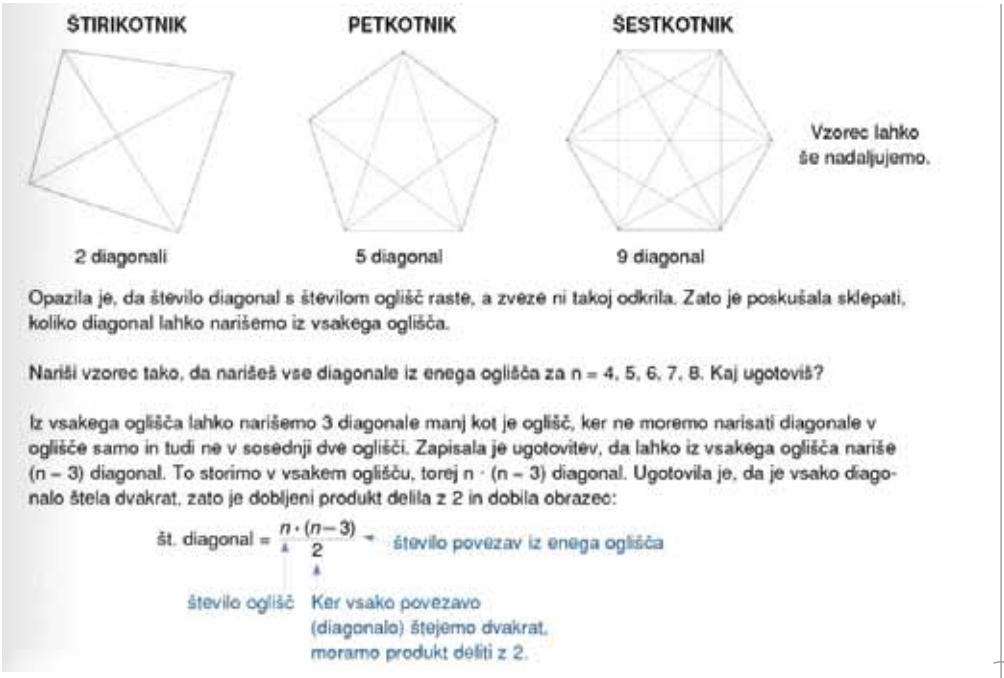
Točka *A* na številski premici pripada številu −5 in je za 5 enot oddaljena od izhodišča. Razdaljo točke *A* od izhodišča *O* imenujemo **absolutna vrednost** števila −5.
Zapišemo: |*OA*| = |−5| = 5 in preberemo:
»Absolutna vrednost števila −5 je 5.«

Točka *B* pripada številu 5 in je za 5 enot oddaljena od izhodišča: |*OB*| = |5| = 5.
Absolutna vrednost števila 5 je 5.

Absolutna vrednost racionalnega števila *a* je enaka razdalji med njegovo sliko na številski premici in izhodiščem *O*.

[Slika 1] Absolutna vrednost iz Kocke 8, na strani 20 (vir: Kocka 8 (2004). Ljubljana: Modrijan. str. 20)

Primer za 8. razred: Diagonale večkotnikov



[Slika 2] Diagonale večkotnika v Skrivnosti števil in oblik 8, stran 145 (vir: Berk, J., Draksler, J., in Robič, M. (2012). Skrivnosti števil in oblik 8. Ljubljana: Rokus Klett, str. 145

Pri pouku matematike se te ravni prepletajo in želimo si, da bi naši učenci posegali po najvišjih ravneh razumevanja matematičnih znanj, da bi videli in živeli z matematiko v vsakdanjem življenju ter kritično razmišljali o podatkih, ki jih najdejo kjer koli.

Učencem sem po prebranem iz učbenika na Sliki 1 postavila vprašanja na treh ravneh:

1. Kaj je absolutna vrednost?
2. Izračunaj $|-3|$ in $|3|$, $|-\frac{2}{3}|$ in $|\frac{2}{3}|$, $|-3\cdot 4|$ in $|3\cdot 4|$, primerjaj in zapiši ugotovitev.
3. Povej svoj primer, kako si predstavljaš absolutno vrednost v vsakdanjem življenju.

Učencem sem po prebranem na Sliki 2 postavila vprašanja na treh ravneh:

1. Koliko diagonal imajo 4-kotnik, 5-kotnik, 6-kotnik?
2. Koliko diagonal bi imel 7-kotnik, 8-kotnik, 20-kotnik?
3. Koliko različnih letalskih poti vodi med dvema mestoma v 8-ih evropskih državah?

[Slika 3] Zahodna Evropa

Na koncu obravnave snovi so učenci še sami sestavljali podobne naloge iz vsakdanjega življenja.

ε Sodelovalno učenje

Pri pouku so učenci radi dejavni. Do zdaj sem predstavila nekaj primerov, kjer so učenci individualno brali učbenik in z izpolnjevanjem različnih nalog pokazali, koliko razumejo to, kar so prebrali in se naučili samostojno. Učenci so dejavnejši, pozorni na to, kar se morajo naučiti, motivirani so, da izpolnijo učni list, si izdelajo sami zapiske in se tako učijo samostojno. Na vprašanja, ki jih po prebranem postavljam, največkrat znajo odgovoriti, nekateri si pri odgovoru pomagajo z učbenikom ali z zapiski, ki so jih sami napisali v zvezek. V svojih zapiskih se bolj znajdejo, kot če jih prepišejo s table ali jim jih narekujem jaz. S sodelovalnim učenjem dosežemo vse to, večjo dejavnost učencev, motiviranost, še več, medsebojno sodelovanje in pomoč ter popestritev pouka.

Kako? Učencem dam različne naloge, ki jih rešujejo in potem predstavijo v skupini. Včasih skupinsko delo pripravim tako, da nekaj učencev računa »peš«, eden v skupini pa je kontrolor in preverja z žepnim računalom. Učenci imajo v skupini različne vloge in zaposlitve, ki so potrebne za celostno delo skupine. Eden drugemu so potrebni, da delo v skupini poteka nemoteno.

Primer za 9. razred, Osnovni geometrijski pojmi

Včasih učence razdelim v več skupin tako, da ima vsaka skupina svoje delo in različno učno snov. Tako je bilo tudi v tem primeru. Želela sem, da v dveh šolskih urah ponovimo in osvojimo vse osnovne geometrijske pojme in njihove odnose. Učence sem razdelila v štiri skupine in vsaki dala svoje ime ter nekaj vprašanj. Nekatera vprašanja so bila za osvežitev znanja, kaj o snovi že vedo, nekatere odgovore so našli v učbeniku, nekaj pa jih je spodbudilo k razmišljanju in višjim ravnem bralnega razumevanja. Prvo uro so se v skupinah pogovarjali o vprašanjih in si pripravljali odgovore na plakatih za predstavitev drugim sošolcem. V drugi uri so še nekaj časa namenili dopolnjevanju plakatov in pripravi na predstavitev ter predstavitvi svojih izdelkov in znanja, ki so ga pridobili v svoji skupini. Učencem je uspelo izdelati zelo dobre plakate, s katerimi so predstavili pridobljeno znanje o točkah, premicah, ravninah in prostoru s pomočjo vprašanj na učnih listih in učbenika.

Skupina A: TOČKE

1. V skupini se pogovorite, kako bi opredelili točko.
2. Kako označujemo točke?
3. Narišite točki A in B, ki sta oddaljeni 6 cm, in to zapišite s simboli.
4. Kaj so v vsakdanjem življenju lahko točke? Napišite ali narišite vsaj tri primere.

Skupina B: PREMICE

1. V skupini se pogovorite, kako bi opredelili premico, in jo narišite.
2. Kako označujemo premice?
3. Narišite premico p in točko T. V kakšnem odnosu sta lahko točko in premica? Narišite obe možnosti in to zapišite s simboli.
4. Narišite premici a in b. Raziščite vse možnosti in zapišite s simboli.
5. Kaj so v vsakdanjem življenju lahko premice? Napišite ali narišite vsaj tri primere.

Skupina C: RAVNINE

1. V skupini se pogovorite, kako bi opredelili ravnino, in jo narišite.
2. Kako označujemo ravnine?
3. Narišite ravnino π in točko T. V kakšnem odnosu sta lahko točko in ravnina? Narišite obe možnosti in to zapišite s simboli.
4. Narišite ravnino R in premico p. Raziščite vse možnosti in zapišite s simboli.
5. Raziščite, v kakšnem odnosu sta lahko dve ravnini.
6. Kaj so v vsakdanjem življenju lahko ravnine? Napišite ali narišite vsaj tri primere.

Skupina Č: PROSTOR

1. V skupini se pogovorite, kako bi opredelili prostor, in ga narišite.
2. Izpišite vsaj tri točke, tri premice in tri ravnine.
3. Raziščite, koliko točk ali premic je potrebnih za ravnino. S čim je ravnina še lahko določena?
4. Narišite primer iz vsakdanjega življenja, prostor, v katerem so točke, premice, ravnine ali njihova kombinacija: stena v razredu, zvezde na nebu ali most čez reko …
5. Napišite še kakšen svoj primer prostora in drugih geom. pojmov v njem iz vsakdanjega življenja.

ζ Sklep

Učenje iz učbenika, ki sem ga predstavila, se kaže zelo učinkovito. Učenci so pri pouku dejavnejši, vsi morajo sodelovati, saj ob branju sami naredijo zapiske, izpolnijo učni list, odgovorijo na vprašanja ali rešijo različne naloge. Ker učenci uporabljajo učbenik tudi za branje in obravnavo učne snovi, ga redno prinašajo k pouku. Uporabljajo ga doma ne samo za reševanje nalog, ampak tudi za prebiranje učnih vsebin ter zgledov in rešenih primerov. Ob koncu lanskega šolskega leta sem opravila krajšo anketo, v kateri sem učence spraševala o oblikah pouka, in izkazalo se je, da imajo radi samostojno delo in da učitelja potrebujejo samo, ko česa ne razumejo. Je pa res, da pri matematiki niso vse vsebine primerne za samostojno delo, in mislim, da bodo učenci še potrebovali učitelja za vodenje, pojasnjevanje in razlago. Še naprej se bom trudila, da bom učence navajala na samostojno učenje iz učbenika, da jih bom učila različnih metod in bralnih učnih strategij, kako uporabljati učbenik in druga gradiva, kjer lahko najdejo matematično znanje.

η Viri in literatura:

1. Pečjak, S. (1995). Ravni razumevanja in strategije branja. Trzin: Different.
2. Kocka 8. (2004). Ljubljana: Modrijan
3. Berk, J., Draksler, J., in Robič, M. (2012). Skrivnosti števil in oblik 8. Ljubljana: Rokus Klett
4. Kocka 9. (2005). Ljubljana: Modrijan
5. Zahodna Evropa. [Online]. [Citirano 7. januar 2014]. Dostopno na spletnem naslovu: http://www.thatquiz.org/sl/practicetest?FHMI4541

Preiskovalna situacija – Lov na vesoljčke

Investigative Situation – Chasing Extraterrestrials

Barbara Kovač
Osnovna šola Kapela

Σ Povzetek

V prispevku poudarjam pomembnost aktivnih metod poučevanja – preiskovalnih metod. V osrednjem delu predstavim pomembne razlike med preiskovalno in običajno situacijo v razredu ter vlogo učitelja pri preiskovalni situaciji in pasti, ki se jih je treba zavedati pri organizaciji takega pouka. Teoretični del je dopolnjen z ilustracijo preiskovalne situacije »Lov na vesoljčke« ter z analizo konkretne izvedbe preiskovalne situacije v razredu.

Ključne besede: preiskovalna situacija

Σ Abstract

The article emphasises importance of active teaching methods – investigative methods. Important differences between an investigative and an ordinary situation in class, as well as the teacher's role in an investigative situation and the pitfalls one must take into account when organising such lessons are described. The theoretical part is complemented by a description of the "Chasing Extraterrestrials" investigative situation and an analysis of its practical implementation in class.

Keywords: *investigative situation*

Vse prepogosto dajemo otrokom odgovore, ki naj si jih zapomnijo, namesto problemov, ki naj jih rešijo.

(Robert Lewin)

α Značilnosti preiskovalne situacije v razredu

V današnjem času smo vsak dan obkroženi z vedno novo in tudi zahtevno tehnologijo, s katero se moramo znati tudi spopasti, če želimo biti v koraku s sodobnim časom. Zato naj bi bila naloga šole vzgajati ustvarjalne in svobodno misleče učence, ki bodo kos modernemu sodobnemu času in se bodo znali spopasti z izzivi, tudi matematičnimi. Pri pouku bi morali manj časa nameniti učenju dejstev, ampak bolj temu, kako naj učenci sami pridejo do novih spoznanj in to znanje uporabijo v novih situacijah. Učence bi morali naučiti, jim pokazati, kje in kako lahko sami poiščejo informacije o določenih stvareh.

Preiskovalna situacija je ena izmed didaktičnih strategij aktivnega pouka. Ta oblika dela je primerna za otroke današnjega časa, ki neprestano želijo in tudi zahtevajo stalno dogajanje, po drugi strani pa so zelo nesamostojni in pričakujejo učiteljevo vodenje, usmerjanje in njegovo sodelovanje. Preiskovalna situacija je aktivna metoda poučevanja, ker učence miselno in čustveno aktivira in pritegne. O aktivnem učenju govorimo, ko damo učencem priložnost, da sodelujejo pri usvajanju nove učne vsebine. Učitelji pa jih pri tem samo usmerjamo in ne narekujemo učenja.

Današnji pouk je precej storilnostno naravnan. Običajno situacijo v razredu bi lahko opisali kot igro v filmu. Učitelj je v vlogi glavnega igralca, učenci pa so stranski igralci in počnejo stvari, kot jim pove in razloži glavni igralec – učitelj. Učitelj bi moral v sam pouk vključevati čim več preiskovalnih ur, kjer bi bili učenci »glavni igralci«, učitelj pa bi bil tisti, ki bi jih le usmerjal, vodil v pravo smer, da določen problem rešijo.

Navedimo nekaj pomembnih razlik med preiskovalno situacijo v razredu in običajno situacijo v razredu ter navedimo nekaj primerov iz razreda, (povz. Cartier in drugi avtorji, 2012).

Primeri	Preiskovalna situacija	Običajna situacija
1.	V ospredju je odprto vprašanje, učenci z učiteljevo pomočjo sami najdejo oziroma iščejo rešitev.	Rešitev je že dana.
2.	Učenci samostojno na podlagi znanih dejstev pridejo do novih pojmov.	Učenec se mora naučiti neke pojme.
3.	Pojmovna vsebina se ne pričakuje vnaprej.	Učni načrt je dan.
4.	Učenci so matematično osredinjeni na objekt.	Učenci so osredinjeni na matematični objekt.
5.	Prisoten dvom, pričakujejo se dokazi, razlage in pojasnila.	Znanje je že dano, razlaga je zagotovljena.

[Preglednica 1] Razlike med preiskovalno in običajno situacijo v razredu

1. Pri preiskovalni situaciji je v ospredju odprto vprašanje, ki ga postavi učitelj in katerega učenci poskušajo z učiteljevo pomočjo rešiti (npr.: učitelj postavi vprašanje o vrednosti potence a^0 in pričakuje, da učenci sami pridejo do ugotovitev). V običajnih situacijah v razredu rešitev poda učitelj (učitelj pove

vrednost potence $a^0 = 1$).V tem primeru so učenci dobili nek podatek, ki pa si ga mogoče ne znajo razložiti oziroma se v njih o tem lahko pojavi dvom. Pojavi se dvom, torej je potreben dokaz.

2. Pri običajnem pouku se od učitelja pričakuje, da učence nauči neke pojme (pojem premice, pojem ulomka …). Danes je uporaba medmrežja pri učencih vsakdanja, zato učencu ni težko pogledati na spletno stran in poiskati, kaj določen pojem pomeni. Preiskovalna situacija od učitelja pričakuje, da vključuje že znane primere, ki učence privedejo do določenih sklepov, spoznanj in pri tem tudi sami opredelijo pojme, če je to potrebno. Naloga učitelja je torej, da pomaga pri raziskavi, jo vodi, učenci pa sami preiskujejo. Učitelj daje namige, ne rešuje pa problema.
3. V preiskovalni situaciji se pojmovna vsebina ne pričakuje samoumevno vnaprej, pri običajni situaciji pa učitelj že vnaprej izbere znanje, saj ga pri tem omejuje učni načrt. Koristno je vsaj občasno izbirati tudi probleme, ki se ne nanašajo na kurikulum, saj se lahko v takih situacijah tudi pri učencih, ki imajo težave z matematiko, povrne zanimanje zanjo. S tem spoznajo, da je matematika lahko tudi igra, odkrivanje, preiskovanje, in ne samo nizanje nekih definicij, trditev in dejstev.
4. Pri običajni situaciji so učenci osredinjeni na matematični objekt (npr. učenci slišijo za ulomek, premico in pri tem vedo, da gre za pojma iz matematike), preiskovalna situacija pa učencem omogoča, da so matematično osredinjeni na objekt (npr. učencem so dani konkretni modeli iz različnih materialov, da nekaj preučujejo, pa mogoče to ni nujno del matematike iz učnega načrta). Tak zanimiv primer je lahko sestavljanje tangramov. Pri tem učenci sestavljajo različne modele iz vsakdanjega življenja in pri tem zavestno ne uporabljajo skoraj nobenih specifičnih matematičnih znanj v okviru učnega načrta.
5. Pri preiskovalni situaciji je dvom pri učencih prisoten, zaradi tega tudi pričakujejo dokaze. Pri običajni situaciji je znanje že dano, vedno se od učitelja pričakuje razlaga. Za določene probleme mogoče sploh ne poznamo splošnega odgovora. Včasih imamo tudi situacijo, ko učitelj kot opazovalec in preiskovalec v trenutku, ko učenci pridejo do nekega problema, tudi sam ne pozna odgovora.

Uporaba preiskovalnih situacij ni mogoča vedno in povsod, vendarle pa je nujno, da učence spodbujamo v to smer, da do znanja prihajajo z lastno dejavnostjo in z odkrivanjem, kjer je to mogoče in smiselno.

V šolskem prostoru še vedno prevladuje frontalni način poučevanja, saj so učitelji mnenja, da za druge situacije porabijo preveč časa zaradi poudarka na procesu, da so povod za nered, nemir, nedisciplino in da na koncu učencem sploh ni jasno, kaj naj bi od tega znali, oziroma ne izpolnijo pričakovanih ciljev. Ravno zato je treba izbirati metode in načine dela, kjer učenec spozna smiselnost učenja in njegovo povezanost z resničnimi problemi. Zaradi takega mišljenja verjetnost, da se učitelji odločajo in izbirajo uporabo aktivnih učnih metod, ni velika.

Torej ni bistveno samo to, da se v pouk vpelje preiskovalna situacija, ampak da je ta tudi učinkovita, uspešna, da se učenci nekaj iz nje naučijo. Pomembno je, da učenci

spoznajo, da lahko do nekih, mogoče tudi zelo zahtevnih ugotovitev pridejo sami. S tem krepimo njihovo ustvarjalnost, njihovo mišljenje in razvijamo njihovo samozavest. Učenci začnejo zato bolj zaupati v svoje sposobnosti in znanja.

Na koncu vsake preiskovalne situacije je tudi dobro, da učenci rezultate, do katerih so prišli, predstavijo v drugem okolju (na drugih šolah, v knjižnicah, na univerzi). S tem se tudi razvija sodelovanje med osnovnimi, srednjimi šolami in univerzami. Svoje ugotovitve lahko prikažejo v obliki plakatov, člankov, poročil, mogoče pokažejo, kako je to videti v praksi in podobno.

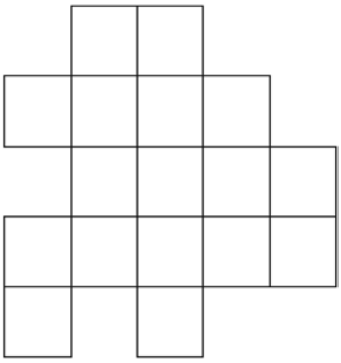
Za preiskovalno situacijo je potreben čas, da učenci počasi in temeljito rešujejo probleme. Preiskovanje, za katerega predvidimo, da je potreben daljši čas, lahko učencem damo za domačo nalogo, da tudi doma poskusijo razrešiti nekatere probleme.

Poudarili smo že, da mora biti tudi zahtevnost preiskovanja prilagojena in izbrana glede na starost in predznanje učencev. Včasih je preiskovanje v razredu nemogoče, ker imamo učence različnih sposobnosti. Ko pa imamo načrtovano večje, zahtevnejše preiskovanje, se tega lotevamo pri dodatnih urah, dodatnem pouku in delu z nadarjenimi učenci.

β Primer preiskovalne situacije »Lov na vesoljčke«

Ozemlje je skupek sosednjih kvadratov (slika 1) in vesoljček je oblike narobe obrnjene črke T, sestavljen iz štirih kvadratov (slika 2). Cilj je preprečiti vesoljčku, da vstopi na ozemlje. To lahko storimo tako, da mu nastavimo oviro. Ovira je en kvadrat (slika 3), ki jo lahko postavimo na poljuben kvadrat ozemlja. Vprašanje, ki si ga postavimo je: Kolikšno je minimalno število ovir, ki jih potrebujemo, da vesoljček ne more vstopiti na ozemlje?

Opomba: Ta igra dopušča, da se lahko vesoljček obrača oziroma rotira.



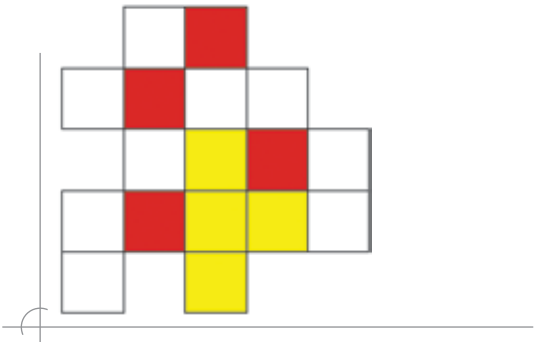
[Slika 1] Ozemlje

[Slika 2] Vesoljček

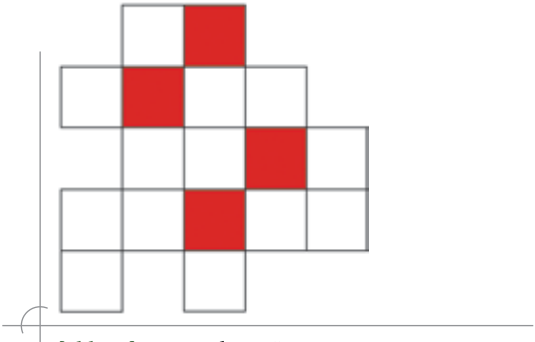
[Slika 3] Ovira

V tem problemu vedno obstaja rešitev, preprečiti vesoljčku vstop na ozemlje: zadostuje namestiti oviro na vsak kvadrat ozemlja! Cilj pa je, najti rešitev z najmanjšim številom ovir.

Na sliki 4 položaj ovir ne da rešitve problema. Na sliki 5 vesoljčka iz slike 2 ne moremo postaviti na ozemlje. Torej so 4 ovire dovolj. Postavimo si vprašanje: Ali je to optimalno?



[Slika 4] Možnost vstopa vesoljčka na ozemlje



[Slika 5] Optimalna rešitev

Ta problem lahko predstavimo z modeli (karton ali papir), ki omogočajo izbiro ovir in ozemelj različnih velikosti. Tako dobijo učenci boljši pregled nad tem, kaj počnejo. Ta situacija ponudi učencem nadzor nad preiskovalnimi spremenljivkami, ki pa lahko spremenijo strategije reševanja:

- Število kvadratov, ki določajo vesoljčka. Zagotovo je lovljenje malih vesoljčkov lažji izziv za učence.
- Tudi oblika vesoljčka igra pomembno vlogo. Če je vesoljček pravokotne oblike, je reševanje problema enostavnejše. Problem postane težji, če je vesoljček drugih oblik.
- Število tipov vesoljčkov, ki jih hkrati loviš. Za začetek je dobro začeti z enim tipom vesoljčka, drugim in tako dalje, šele na koncu z vsemi vesoljčki naenkrat.
- Velikost in oblika ozemlja. Običajno začnemo na ozemlju velikosti 4×4, kjer ni težko izluščiti vse možnosti rešitev problema. Potem nadaljujemo na ozemlju večje velikosti.
- Možnost rotiranja in obračanja vesoljčka.

γ Kako rešiti problem?

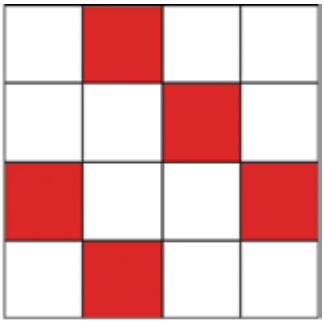
Pri reševanju problema lahko uporabimo tri strategije reševanja problema, ki jih imenujemo:

a) tlakovanje,
b) pokrivanje števil in
c) argumentiranje analize postavljanja ovir v vrstice in stolpce.

V prispevku bomo predstavili prvo strategijo reševanja problema. Preostali dve strategiji si lahko preberete v (Kovač, 2012).

Analiza postavljanja ovir na ozemlju velikosti 4 × 4

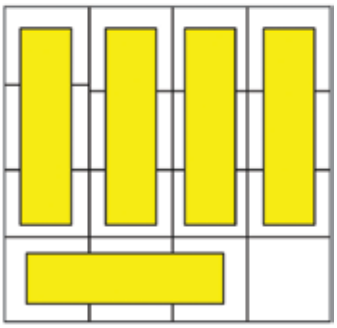
Za začetek je dobro, da učenci začnejo z ozemljem velikosti 4×4. Zapisali bomo mogočo razporeditev za optimalno rešitev in dokaz tega. Za lovljenje vesoljčka, ki je sestavljen iz treh kvadratov v obliki pravokotnika na ozemlju velikosti 4×4, potrebujemo 5 ovir za optimalno rešitev. Ta razporeditev je narisana na sliki 6.



[Slika 6] Možna rešitev na ozemlju velikosti 4 × 4

Zdaj pokažimo, da 4 ovire niso dovolj, da bi vesoljčku preprečili vstop na ozemlje.

Ozemlje smo razdelili na več manjših ozemelj tako, da imajo obliko vesoljčka, sestavljenega iz treh kvadratov v obliki pravokotnika. Kakšna je taka delitev, je predstavljeno na sliki 7. Če postavimo vesoljčke, kot kaže slika 7, ostane en kvadratek ozemlja prost. Za preprečitev vstopa vesoljčku na ozemlju mora vsako tako manjše ozemlje vsebovati vsaj eno oviro. Če postavimo samo 4 ovire, ostanejo npr. spodnji štirje kvadratki na sliki 7 prosti in vesoljček lahko vstopi na ozemlje. Torej moramo postaviti najmanj 5 ovir za rešitev problema.



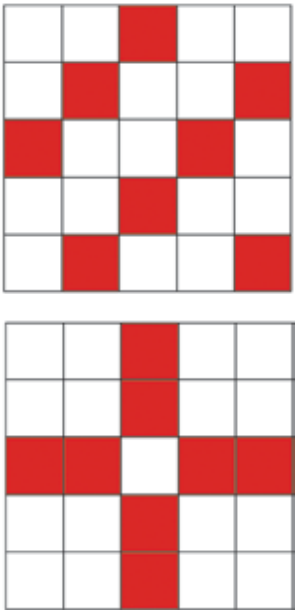
[Slika 7] Ozemlje, razdeljeno na manjša ozemlja

Zdaj si poglejmo analizo postavljanja ovir za strategijo tlakovanja na ozemlju velikosti 5×5.

Analiza postavljanja ovir na ozemlju velikosti 5 × 5

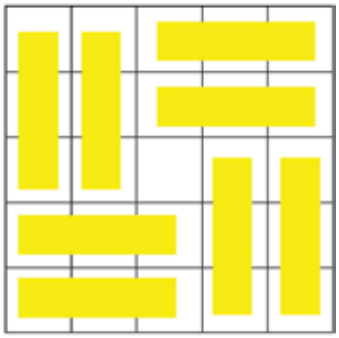
Tukaj predstavimo optimalno razporeditev ovir, da preprečimo vstop vesoljčka, sestavljenega iz treh kvadratov v obliki pravokotnika, na ozemlje velikosti 5×5, ter dokaz tega, ki ga lahko uporabimo tudi za druge situacije.

Za lovljenje vesoljčka, sestavljenega iz treh kvadratov v obliki pravokotnika na ozemlju velikosti 5×5, potrebujemo 8 ovir za optimalno rešitev. Ta razporeditev je prikazana na slikah 8 in 9, kjer preprečimo vstop vesoljčku na ozemlje. (Opomba: prva razporeditev je veliko lažja za uporabo na večjih ozemljih).



[Slika 8, slika 9] Dve optimalni rešitvi na ozemlju velikosti 5×5

Zdaj želimo dokazati, da 7 ovir ni dovolj za preprečitev vstopa vesoljčka na ozemlje. Naš problem razdelimo na več manjših, katerih že poznamo odgovor. V tem posebnem primeru lahko razdelimo ozemlje na manjša ozemlja, ki imajo obliko vesoljčka, sestavljenega iz treh kvadratov v obliki pravokotnika. Kako je videti taka delitev, je predstavljeno na sliki 10. Iz slike lahko razberemo, da vsaka razporeditev ovir, da preprečimo vesoljčku ostati na ozemlju, vsebuje vsaj eno oviro v vsakem kvadratu manjšega ozemlja. Še več, manjša ozemlja niso povezana, zato nobena ovira ne more biti na dveh različnih manjših ozemljih. Torej smo našli najmanj 8 različnih ovir za vsako rešitev problema.



[Slika 10] Ozemlje, razdeljeno na manjša ozemlja, velikosti in oblike vesoljčka

Če polagamo domine (vesoljčka, ki je sestavljen iz dveh kvadratov), postane problem precej težji.

Tukaj vidimo, da ne gre za neke koncepte, ampak bolj za sistem reševanja in spodbujanja ustvarjalnosti. V tem primeru pot do rešitve ni ena sama kot v standardnih situacijah (npr.: krajšanje ulomkov, kjer učenci delajo točno tako, kot jim pove učitelj, in s tem se jim celo vcepi nekakšen strah, da naredijo točno tako, sicer ne bo dobro). V tem preiskovanju pa se ustvarjalnost ne uniči, ampak se celo spodbuja.

Učiteljevo delo je lahko v preiskovalnih situacijah bolj razgibano, saj standardna situacija v razredu (npr.: obravnava Pitagorovega izreka) je bolj ali manj ista, kar pa lahko postane za učitelja dolgočasno. Pri tem odkrivanju, preiskovanju je zelo zanimivo opazovati ustvarjalnost učencev. Za samo premagovanje stresa je dobro, da se učitelj naprej dobro pripravi, in če je mogoče, naredi ekipo (npr.: iz kolektiva), da mu pomaga pri izpeljavi preiskovalne situacije. Tako je delo lažje, saj sam učitelj pri veliko učencih ne more biti za vsakega učenca oziroma skupino takoj na voljo, ko učenci naletijo na določen problem.

Zavedati se moramo, da je namen tovrstnih preiskovalnih situacij učenje procesnih znanj, kjer si učenec sam zastavlja vprašanja ob izzivu, da pa lahko na ta odgovori, mora zbrati določene informacije. S sistematiziranjem skuša iz zbranih dejstev ugotovitev formulirati in utemeljiti pravilnost. Da učenec do tega pride, je zelo pomembna vloga učitelja in s tem povezana priprava preiskovalne situacije.

δ Vloga učitelja pri preiskovalni situaciji

Na samem začetku je pomembno, da učitelj pripravi zanimivo izhodišče, učence vpelje v delo, jih usmerja pri reševanju, spremlja njihov potek dela, posluša, sprašuje, vrednoti, opazuje in jih na koncu usmerja pri prenosu ugotovitev.

Preiskovalne situacije razvijamo z uporabo aktivnih učnih metod, kjer so dejavni učenci. Dejavnost učencev lahko dosežemo na različne načine: z motivacijo, z

eksperimentiranjem, z učnimi metodami in učnimi oblikami. Nekatere učne oblike in metode učence uspešneje aktivirajo. Učitelj se mora zavedati, da je pogoj za učenčevo razumevanje izbira preiskovalnih situacij, ki so učencu blizu in so primerne za njegovo razvojno stopnjo.

Upoštevati mora tudi individualne razlike med učenci, saj so ti različno hitri in sposobni. Zato morata biti tudi jezik in besedišče preprosta, jasna in zanimiva. Učitelj mora upoštevati različna didaktična načela. Pri sestavljanju preiskovalnih situacij se mora upoštevati načelo postopnosti, da stopnjujemo težavnost od najmanj do bolj zahtevne, od lažjih k težjim, od enostavnih k sestavljenim, stopnjevati je treba tudi problemskost pouka, odvisno od objekta spoznavanja in osebe, ki ga spoznava ali rešuje. Enako pozornost moramo nameniti reševalnim lastnostim in navadam učencev, kot so vztrajnost, pozitivna samopodoba, odprtost do idej in odpor do avtomatizma.

Zagotovo pa sta z uporabo aktivnega učenja kakovost in transferna vrednost znanja večji, kot če gre le za učiteljevo razlago.

Učenci morajo prevzeti vse več pobude za svoje učenje, kar pa dosežemo s poukom, kjer učitelj spodbuja vse več različnih interakcij učencev med seboj, in z različnimi viri znanja, pri čemer se večata njihova samostojnost in odgovornost za lastno učenje in učne rezultate.

Pomembno je tudi, da so v preiskovanje vključeni vsi učenci, ne glede na njihove zmožnosti in sposobnosti. Učitelj mora načrtovati tudi motivacijo, čustveno angažiranost in sodelovanje med učenci.

Ko se učenci prvič srečujejo z preiskovalnimi situacijami, je potrebno strukturirano vodeno učenje. Pozneje jim je treba pomagati z vprašanji in jih spodbujati, usmerjati pri iskanju primernih poti reševanja oziroma preiskovanja. Učitelj lahko učencem ponudi samostojno delo oziroma vodeno odkrivanje, ko so ti pri delu že bolj analitični, zmožni sami izluščiti dele od celote in jih organizirati.

Pogoj za uspešno reševanje preiskovalnih problemov je razvoj bralnih strategij, razumevanje matematičnega jezika in usvojitev procesov, ki jih bodo sposobni sami izbrati glede na situacijo. Na podlagi teh izkušenj se izpopolnjujejo in izoblikujejo učenčeve strategije reševanja matematičnih preiskovalnih situacij.

Pri učencih je treba razvijati problemsko občutljivost, da jim omogočimo samostojno zastavljanje problemov s tem, da oblikujejo čim več vprašanj, ki jih analizirajo in vrednotijo.

ε Pasti pri organizaciji preiskovalne situacije

Preiskovalna situacija pri pouku je zahtevna strategija pouka, ki zahteva od učitelja več časa in napora. Taka situacija ne pripelje vedno hitro do nekega znanja, ampak je potrebno veliko učnega časa, čeprav je ta čas koristen, saj je tak način dela bolj v povezavi z današnjo družbo in učenci, ki morajo vedno kaj početi. Pri oblikovanju in načrtovanju preiskovalnih situacij mora učitelj te ustrezno izbrati glede na učenčeve sposobnosti, zmožnosti, njihovo predznanje o načinih reševanja problemov. Če je problem prelahek in učencem ni treba vložiti nič oziroma malo truda, to za zanje ni problem, če pa je pretežek, lahko učenci izgubijo voljo do dela, reševanja. Sposobnosti reševanja učencem niso dana, zato jih je treba postopno razvijati, negovati in pozneje nadgrajevati. Učencem je treba že vnaprej pokazati različne strategije reševanja problemov.

Preiskovalna situacija je primerna za vse predmete, ne pa za vse vsebine. Zato je nujno, da učitelj skrbno načrtuje in presodi kdaj, kje in kako jo vključiti, da bo delo res smiselno in učinkovito.

Za preiskovalno situacijo so poleg vsega tega potrebni tudi spodbudno okolje in ustrezni učni pripomočki.

Analiza konkretne izvedbe preiskovalne situacije

Opisala bom izvedbo preiskovalne situacije v razredu pri pouku matematike. Pri tem je uporabljen problem tlakovanj iz diskretne matematike. V ta namen so imeli učenci pri reševanju problema na voljo modele iz kartona. Razdeljeni so bili v skupine po tri ali štiri. Posamezna skupina je reševala problem, poskušala analizirati in argumentirati svoje ugotovitve. Vsa spoznanja smo pozneje skupaj ovrednotili. Učenci so spoznali tri načine dokazovanja optimalnosti rešitve. Predstavila bom prvo strategijo »tlakovanja«.

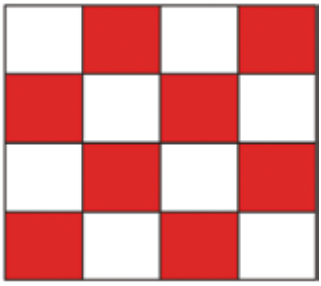
Učenci so pri reševanju problema imeli modele iz kartona, ozemlja velikosti 4×4 in 5×5 (bele barve), ovire (rdeče barve) in vesoljčke (rumene barve). Vsaka skupina je poleg modelov dobila delovni list, na katerega so vpisovali svoje ugotovitve in jih utemeljevali.

Na začetku sem učencem podala navodila, nato so se lotili dela na ozemlju velikosti 4×4. Učenci so bili zelo dejavni in zavzeti za delo.

Nekateri so zelo hitro končali z upanjem, da so našli najmanjše število ovir. Težave pa so se pojavile, ko je bilo treba njihove ugotovitve dokazati oziroma utemeljiti. Učenci so rešitev našli, niso pa znali kritično razmišljati, da število ovir ni nujno minimalno.

Nekateri so se preiskovalnega problema lotili na naslednji način: ozemlje velikosti 4×4 so pokrili z ovirami, nato so jih odstranjevali tako, da vesoljček, sestavljen iz treh kvadratov v obliki pravokotnika, ni mogel vstopiti na ozemlje.

Njihova ugotovitev je bila, da je minimalno število ovir na ozemlju velikosti 4×4 enako 8, in na tablo so narisali naslednjo razporeditev:

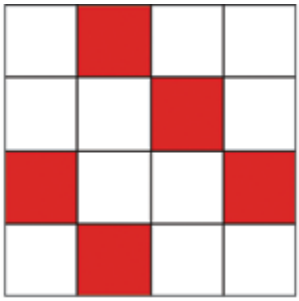


[Slika 11] Napačen sklep, ker niso upoštevali optimalnosti rešitve

To ugotovitev so potrdili s trditvijo: Z odstranitvijo ovir vesoljček lahko vstopi na ozemlje. Torej je naša rešitev optimalna.

V nadaljevanju je bila naša naloga, da skupaj premislimo, ali je to res minimalna rešitev. Z učenci smo skušali poiskati način, kako dokazati, da je neka rešitev minimalna.

Čez nekaj časa je učenec prišel do ugotovitve, da bi lahko ozemlje pokrili z vesoljčki in tako ugotovili minimalno število ovir. Učenec je ozemlje pokril s petimi vesoljčki, sestavljenimi iz treh kvadratov v obliki pravokotnika, in sklepal, da če želimo uloviti posameznega vesoljčka, mu moramo nastaviti oviro in tako smo dokazali, da je minimalno število ovir enako 5. Poiskali so naslednjo možno razporeditev ovir na ozemlju velikosti 4×4:

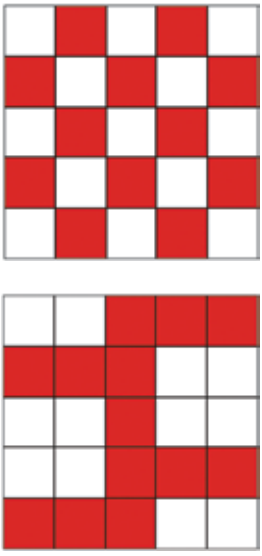


[Slika 12] Optimalna rešitev na ozemlju velikosti 4×4

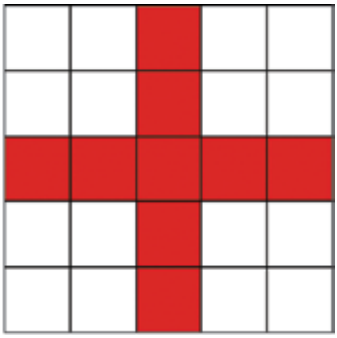
Nekateri učenci so mislili, da so našli 4 mogoče razporeditve, kjer pa jih je bilo treba opozoriti, da so te razporeditve simetrične druga na drugo oziroma da dobimo enako sliko, če modele obrnemo.

Nadalje so se učenci lotili reševanja istega problema na ozemlju velikosti 5×5. Ponovno so nekateri menili, da so rešili problem, ne da bi razmislili o optimalnosti rešitve.

Prišli so do naslednjih razporeditev:

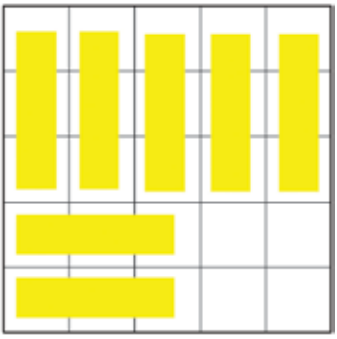


[Slika 13, 14] Napačni sklepi, neupoštevanje optimalnosti rešitve



[Slika 15] Napačen sklep, neupoštevanje optimalnosti rešitve

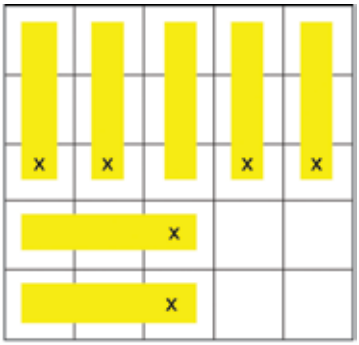
Učenci, ki so uporabili prvo tehniko dokazovanja, imenovano tlakovanje, so prišli do napačne rešitve. Njihova postavitev vesoljčkov, sestavljenih iz treh kvadratov v obliki pravokotnika, na ozemlju velikosti 5×5 je bila naslednja:



[Slika 16] Napačno uporabljena tehnika tlakovanja

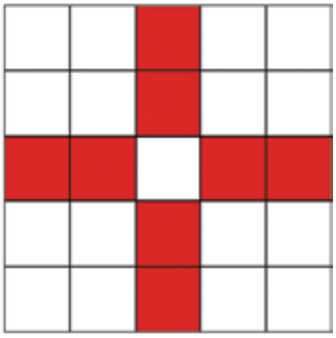
Trdili so namreč, da je minimalno število ovir enako 7, vendar te rešitve niso našli. Zakaj?

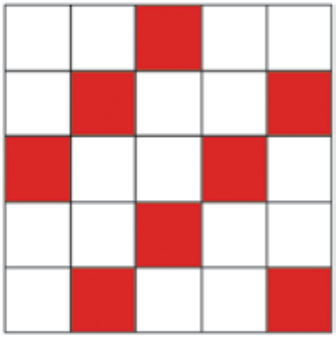
Dodatna analiza: x so obvezna mesta ovir (slika 17). Preostane samo še sredinski pravokotnik na ozemlju, in ne glede na to, kam postavimo oviro, lahko položimo en pravokotnik na ozemlje.



[Slika 17] Dodatna analiza

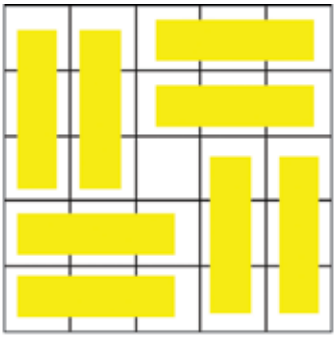
Potreben je bil namig, da ta postavitev vesoljčkov na ozemlju velikosti 5×5 ni optimalna. Na koncu smo prišli do ugotovitve, da je minimalno število ovir enako 8, in narisali dve možnosti postavitev ovir.





[Slika 18, 19] Optimalni rešitvi na ozemlju velikosti 5×5

To ugotovitev smo dokazali z razdelitvijo ozemlja velikosti 5×5 na manjša ozemlja, katerih oblika je enaka obliki vesoljčka, sestavljenega iz treh kvadratov v obliki pravokotnika, kot kaže spodnja slika:



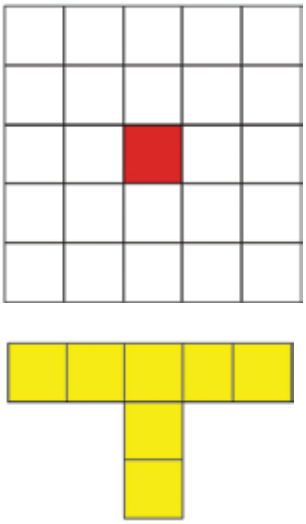
[Slika 20] Optimalna razporeditev vesoljčkov na ozemlju velikosti 5×5

Posamezna skupina je svoje ugotovitve analizirala. Druge skupine so se vključevale v analizo. Tako smo lahko ovrgli napačna in potrdili pravilna spoznanja. S tem, ko so učenci svoje ugotovitve predstavljali, so imeli občutek, da so nekaj ustvarjali, odkrivali oziroma preiskovali.

Neki učenec je celo dejal, da lahko takoj, ko dobimo mrežo, ugotovimo minimalno število ovir za posamezen primer. Trdil je, da na ozemlju velikosti 4×4 in 5×5, kjer je vesoljček iz treh kvadratov v obliki pravokotnika, potrebujemo vsaj 5 oziroma 8 ovir. Menil je, da je treba število kvadratov v ozemlju deliti s številom kvadratov, iz katerih se sestavljen vesoljček. Prepričan je bil tudi, da njegovo spoznanje velja za vsa preostala ozemlja različnih velikosti in različnih oblik vesoljčkov.

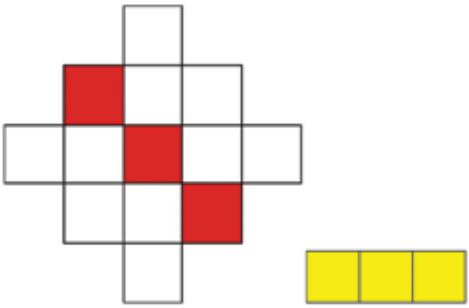
Treba je bilo poiskati protiprimer, ki je ovrgel njegovo trditev.

Poiskali smo dva primera:



[Slika 21] Ovira v sredini prepreči vstop vesoljčku na desni strani na ozemlju velikosti 5×5.

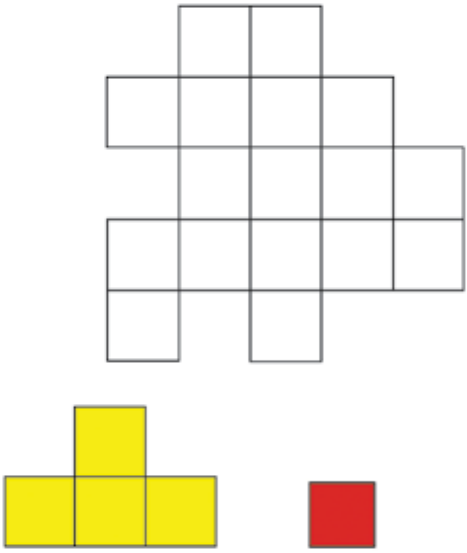
Za rešitev tega problema potrebujemo eno samo oviro, in ne tri (25 : 7).



[Slika 22] Pravilna postavitev ovire za vesoljčka na desni strani

Ta rešitev problema pa zahteva 3 ovire za optimalno rešitev, in ne 13 : 3.

Na koncu sem posamezni skupini razdelila učni list, kjer sta bila podana še dva problema oziroma nalogi, da poiščejo minimalno število ovir, da vesoljček ne more priti na ozemlje.



[Slika 23] Primer iz učnega lista

Ta učni list sem dala zato, da ugotovim, kako učenci rešujejo problem na pamet, brez pomoči modelov. Po opazovanju učencev sem hitro ugotovila, da so bili učencem modeli bistveno zanimivejši in tudi hitreje so prišli do rešitve. Tudi učenci sami so povedali, da jim je delo z modeli enostavnejše, saj lahko hitreje najdejo rešitev.

Ker sem nekatere učence poučevala šolsko leto pred izvedbo preiskovalne situacije, nekatere pa prav takrat, torej sem učence poznala, lahko zagotovo trdim, da so se v delo, preiskovanje v skupinah vključevali tudi učenci z učnimi težavami in da so si celo ti upali stopiti pred tablo in argumentirati ugotovitve skupine, kar se pri običajnih urah zgodi redko ali pa sploh nikoli.

Ko so učenci opravili svoje delo, sem opazila njihovo navdušenost in zadovoljstvo, saj so si začeli kar med seboj postavljati probleme, risali so si različne oblike ozemelj in vesoljčkov ter se preizkušali v hitrosti iskanja rešitev.

Poudariti pa moram, da so delovni listi, kjer so učenci risali svoje ugotovitve glede razporeditev ovir in kjer so morali utemeljiti svoje razporeditve o optimalnosti rešitev, ostali delno prazni. Učenci so narisali le razporeditve, kjer je bilo treba napisati utemeljitev, pa so pustili prazno. Torej imajo učenci velike težave, ko je treba kaj odkritega tudi utemeljiti, kar pa učitelji ugotavljamo tudi pri samem pouku matematike. Na primer nalogo, ki ima več podvprašanj, na koncu pa zahteva utemeljitev, učenci običajno rešijo do konca, mesto za utemeljitev pa ostane prazno. Učence je nujno treba naučiti kritičnega vrednotenja svojih rezultatov in odkritij.

η Evalvacija opravljenega dela

Na koncu lahko sklenem, da sem s svojim delom, potekom preiskovalne situacije in z rezultati zelo zadovoljna. Ob izvajanju preiskovalne situacije imamo med drugim učitelji možnost, da se nam odprejo nove ideje, novi načini motiviranja učencev in možnosti popestritve običajnega pouka matematike. Zagotovo je pri izvajanju takih preiskovalnih situacijah pomembno, da si učitelj zastavi cilje oziroma vprašanje, kaj naj bi se učenci v teh situacijah naučili.

V preiskovalnih situacijah je učitelj vodja in opazovalec hkrati. Učitelj ima nalogo, da vodi in usmerja učence do rešitve problema, hkrati pa ima možnost, da sam opazuje, odkriva in analizira učenčeva spoznanja.

Pri preiskovalnih situacijah imajo učenci nalogo, da sami presodijo, ali so prišli do prave rešitve.

Velikokrat učenci pri običajnih urah vprašajo, kje bodo vse to potrebovali. Pri preiskovalni situaciji učence učimo mogoče ne za danes, ampak za jutri. Učimo jih nekih principov razmišljanja, želimo jih pripeljati v situacijo, da začutijo, da jim bo to znanje nekje prišlo prav.

V okviru standardnih ur se učitelji kot tudi učenci bojimo delati napake, na katerih se lahko kaj naučijo, v preiskovalnih situacijah pa si dovolimo napake, iz katerih se lahko nekaj naučimo. Naš šolski sistem je pogosto naravnan tako, da učence naučimo nekih algoritmov in nihče si ne upa razmišljati po svoje. Zato so preiskovalne situacije še toliko bolj dobrodošla popestritev pouka.

Na koncu so učenci izpolnili anketni vprašalnik, in ugotovila sem, da so učencem ure preiskovanj, samostojnega odkrivanja zelo všeč, in tudi oni sami so povedali in v anketi zapisali, da si želijo več ur preiskovanja pri pouku matematike. Ne glede na predmet, imajo učenci zagotovo raje dejavnosti, ki jih aktivno pritegnejo. Učitelji se morajo držati učnega načrta, ki je res obsežen, vendar pa imajo prosto možnost izbire pri izvedbi učne ure, zato naj pri sklopih in vsebinah, kjer je to mogoče, vključi ure preiskovanja, samostojnega odkrivanja učencev oziroma uporablja učne metode, pri katerih učenci sami z lastno dejavnostjo pridejo do novega znanja.

Na koncu lahko sklenemo, da je preiskovalna situacija, ki sloni na dejavnosti učencev, in ne na potrditvi učitelja in njegove vrednosti, v šoli nujna. Naloga učitelja pa je, da skrbno načrtuje, kdaj, kje in kako jo vključiti v pouk matematike, da bo njena uporaba res učinkovita in da se bodo potrdile misli, ki jih pripisujejo Konfuciju: *Kar sem slišal, sem pozabil, kar sem videl, sem si zapomnil, kar sem naredil, sem razumel.*

θ Viri in literatura:

1. Kovač B., Načini sklepanja in utemeljevanja pri pouku matematike: magistrsko delo, Maribor, 2012.
2. Cartier L., Dorbec P. in dr., Towards a characterization of research situations for the classroom, Analiysis of a case study, Specificities for learners and teachers; 2012.

Matematika se sprehaja – Matematika v okolju

Mathematics goes for a walk – Mathematics in the environment

Evgenija Godnič
Osnovna šola Šturje
Ajdovščina

Σ Povzetek

Dobro poznavanje okolja nam pomaga razumeti, kako se matematika prepleta z različnimi področji našega življenja in kako jo lahko uporabimo za splošno korist.

V prispevku predstavljam nekaj tem in dejavnosti, s katerimi učenci tretjega triletja spoznavajo povezanost matematike z naravnim okoljem.

Ključne besede: povezovanje matematike, problemi iz vsakdanjega življenja

Σ Abstract

Good knowledge of the environment helps us to understand how mathematics is intertwined with different areas of our lives and how we can use it to promote general wellbeing. In the paper I present some topics and activities with which pupils of the third triad learn about the relationship of mathematics to the natural environment.

Keywords: *integration of mathematics, problems of everyday life*

α Uvod

»Učiteljica,« me pokliče učenec, ravno ko poskušamo zapisati pravilo za množenje dveh dvočlenikov. Ve, da je naše delo prekinil ob napačnem trenutku, toda želja po razjasnitvi dvomov, ki so se mu pojavili, je močnejša in zato nadaljuje: »Ali mi lahko razložite, kje bi to pravilo lahko uporabil v vsakdanjem življenju?«

Ali je matematika sploh uporabna veda? Zakaj jo sploh potrebujemo?

Zanimalo me je, kaj mislijo moji učenci o uporabi matematike. Devetošolce sem prosila, naj navedejo primere uporabe pridobljenih matematičnih znanj pri drugih šolskih predmetih, pa tudi zunaj šole.

Učenci so matematiko povezali z večino šolskih predmetov:

- kemija (računanje koncentracije, kemijske enačbe),
- fizika (računanje z merami, nagib planetov, oddaljenost galaksij),
- šport (štetje korakov, kot – smer leta žoge),
- slovenščina (zapis števil, opis osebe – višina, masa),
- zgodovina (računanja časovnih obdobij, branje starih pisav),
- glasbena umetnost (note),
- tehnika in tehnologija (risanje v različnih projekcijah),
- geografija (risanje grafov, določanje lege kraja na zemljevidu, računanje z merilom, računanje nagiba Zemlje, raba kompasa),
- likovna umetnost (risanje likov, prostorsko risanje, zlati rez).

Navedli so nekaj primerov uporabe matematičnih znanj pri vsakdanjih opravilih:

- v trgovini (zneski, znižanja cen),
- pri opazovanju okolice (liki, večje in manjše),
- pri merjenju (velikost zemljišč in stanovanj, prostornina loncev, čas, tehtanje med kuhanjem, delitev hrane),
- pri mešanju goriva za motor,
- pri igranju družabnih iger.

Učenci pogosto mislijo, da matematika nima velike uporabne vrednosti. Ko sem jim predstavila njihove odgovore, so bili prijetno presenečeni nad dokaj številčnim naborom primerov.

Včasih je težje poiskati konkreten primer, ki bi pokazal uporabo določenih matematičnih znanj. Učitelj mora ob takih priložnostih vložiti precej truda in iznajdljivosti, toda njegovo delo ni zaman. Vložen trud v teh situacijah je vedno poplačan, saj pri učencih spodbudi večje zanimanje za učenje in raziskovanje matematike.

V osnovnošolski matematiki zasledimo težnjo po njeni uporabi v različnih situacijah, s katerimi se srečujemo v vsakdanjem življenju. Dobro poznavanje okolja nam pomaga razumeti, kako se matematika prepleta z različnimi področji našega življenja in kako jo lahko uporabimo za splošno korist. Boljše poznavanje okolja in zakonitosti, ki veljajo v njem, najlažje dosežemo z izkustvenim učenjem. Pri urah matematike ni ravno veliko časa za tovrstno raziskovanje, zato pa ga je več pri izbirnem predmetu, krožku, dnevih dejavnosti, šoli v naravi … Takrat je delo bolj sproščeno, saj nas čas ne preganja.

β Matematični sprehodi

V učnem načrtu za matematiko, in sicer za zadnje triletje, so teme, ki jih lahko

smiselno vpletamo v raziskovanje okolja. Preden se odločimo za raziskovanje, si nadenimo »matematična očala« in se tako odpravimo na sprehod. Ob neposrednem stiku z naravnim in urbanim okoljem bomo ugotovili, da so nekateri pojavi vredni naše pozornosti že zaradi pestrosti oblik, pri drugih pa bomo lahko iskali povezave z različnimi matematičnimi modeli. Osebni stik z naravo učence motivira za učenje in zato vpliva tudi na trajanje in širino pridobljenega znanja. Z učenci lahko raziskujemo pomen normalne porazdelitve pojavov, smisel pokrivanja ravnine s skladnimi večkotniki v domovih žuželk; napovedujemo verjetnost dogodkov, preverjamo obstoj obhodov ali sprehodov po različnih poteh in občudujemo fraktale. Lahko proučujemo težo stalnih razmerij določenih pojavov, uporabo številskih zaporedij, iščemo simetrije in ugotavljamo pomene drugih pojavov. (Godnič, 2010)

Pri izvedbi dejavnosti pa ni le čas tista ovira, ki nas včasih onemogoča pri matematičnem raziskovanju. Pri delu lahko naletimo na zelo različne ovire, kot so: stopnja trenutnega učenčevega znanja, zahtevnost opazovanja, vreme … Ne glede na težave lahko prilagodimo delo tako, da iz učencev izzovemo željo po raziskovanju matematike in okolja ter jim omogočimo zanimivo učenje. Učiteljeva odločitev je, kdaj in kako ponudi učencem matematični model za iskanje odgovorov na zastavljena vprašanja. Učenci lahko sami ob spremljanju dogajanj v naravi izpeljejo matematične modele ali pa jih le preverjajo na določenih pojavih. Pri tem jih navajamo na kritičen odnos do uporabe matematičnih struktur, saj marsikateri pojav nima pravega matematičnega ozadja. Učence je dobro usmeriti tudi v spoznavanje reševanja podobnih problemov v preteklosti. Če se seznanijo z delom matematikov, ki so raziskovali obravnavana področja, lažje osmislijo uporabo teh znanj v praksi. Bolj kot poznajo prepletenost in povezanost pojavov, lažje prevzemajo odgovornost za svoje vedenje v okolju. (Godnič, 2010)

V nadaljevanju so predstavljena nekatera matematična znanja, ki jih lahko približamo učencem med raziskovanjem okolja.

Graf

V našem širšem okolju najdemo celo paleto različnih povezav, ki jim pravimo poti. To so pešpoti, poti za motorna vozila, vlakovne poti, poti za zračni in pomorski promet in tudi selitvene poti različnih živalskih vrst. Raziskovanje selitvenih poti živali je z učenci v določenih okoljih težko izpeljati, zato iščemo obstoj povezav med objekti kar v bližnji okolici. Za raziskovanje različnih povezav v matematiki uporabljamo teorijo grafov.

V okolici doma ali bližnjega gozda lahko poiščemo vse prehodne ali prevozne poti tega področja in jih vrišemo v zemljevid. Na njem si označimo, poleg dobljenih poti, tudi mostove ali naravne prehode čez potoke ali reke in ugotavljamo, katere so mogoče povezave med potmi in izbranimi objekti. Določamo jim tudi matematične sprehode in obhode.

Učenci raziščejo uporabne vrednosti dobljenih poti, kot so najkrajša ali najvarnejša pot od doma do šole, turistična krožna pot po kraju, naravoslovna učna pot po gozdu, ekonomične in hkrati za okolje manj obremenjujoče poti poštarjev in komunalnih delavcev … (Primer učnega lista 1)

Predstavimo jim lahko tudi delo znanega matematika Leonharda Eulerja in problem Königsberških mostov.

Tematika ni vedno izvedljiva na terenu, saj je lahko ovira vreme ali pa sama okolica. V takih primerih že prej pripravimo ustrezne zemljevide in naloge rešujemo v prostoru. Svoje ugotovitve lahko preverimo na terenu tudi pozneje. Učenci potrebujejo za raziskovanje jasna navodila. Pogosto se izkaže, da so za učence ustna navodila boljša od pisnih. Ker je njihov čut za organizacijo dela zelo različen, je učni list vseeno dobrodošel pripomoček, saj jim predstavlja oporo pri iskanju poti do rešitve nalog. (Godnič, 2010)

Primer učnega lista 1

1. Na dogovorjenem območju poišči vse prehodne ali prevozne poti in jih vriši v zemljevid. Na njem označi tudi mostove in druge možne prehode čez potoke ali reke.
2. Na zemljevidu označi objekt A in B.
   Tvoja naloga je iskati različne poti med objektoma. Uporabiti smeš le obstoječe (na zemljevidu vrisane) poti.
   a) Po kolikih različnih poteh bi lahko prišli od objekta A do objekta B? Skiciraj (zapiši) potek teh poti.
   b) Na zemljevidu izriši najdaljšo in najkrajšo pot med objektoma A in B.
   c) Poišči takšno pot med objektoma A in B, da bo ustrezala spodaj naštetim pogojem:
      - pot je krožna;
      - začetek poti je pri objektu A, nadaljuje se mimo objekta B in se po drugih poteh vrne k objektu A;
      - vsak odsek poti je uporabljen le enkrat.

   Ali obstaja takšna pot?
   č) Če je v prejšnji nalogi odgovor ne, potem poskusi vnesti smiselne spremembe, ki bi omogočale obstoj iskane poti.
3. Poišči uporabno vrednost dobljenih poti.

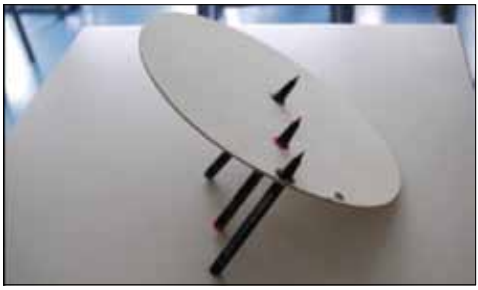
[Slika 1] Ajdovščina in Eulerjev obhod (vir: http://zemljevid.najdi.si/najdi/vipava, (10. 11. 2014)

Slika 1 prikazuje Ajdovščino. Učenci so poiskali vse mogoče prehode čez reko Hubelj (od izvira do obvoznice) in potok Lokavšček (od izliva v Hubelj do Bajerja). Prehode – mostove so označili z modro barvo. Ugotovili so, da obstajajo trije bregovi, ki so jih na sliki označili z rdečo barvo. Dokazali so, da v našem mestu obstaja Eulerjev obhod.

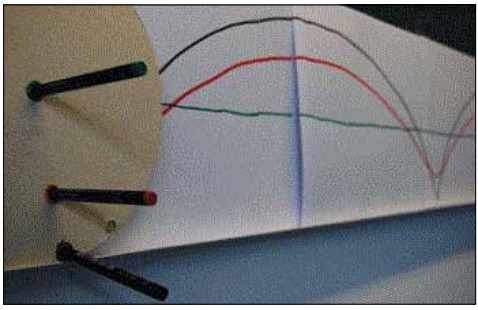
Na raziskovanje okolice se včasih odpravimo tudi s kolesom, ki pa ni samo prevozno sredstvo. Kolo je lahko primeren objekt za matematično raziskovanje. Zanimivo je opazovati obliko črte, ki jo kolo izriše ob kotaljenju na ravni podlagi. Na obod kolesa pritrdimo pisalo – konico pisala, na zid pa prilepimo papir. Kolo previdno kotalimo po

tleh in dovolj blizu zida, da lahko pisalo izrisuje črto. Dobljena črta je cikloida. Če pisalo premikamo nižje po naperah, ugotovimo, da se loki umirjajo, dokler se ne končajo v ravni črti. Učenci se ob tem zabavnem raziskovanju srečajo z uporabo grafov v praksi.

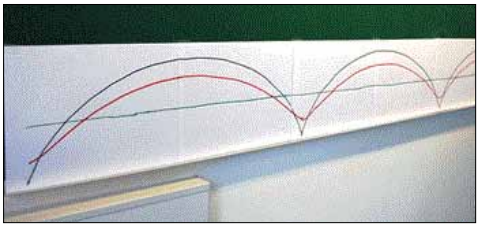
Za kotaljenje kolesa potrebujemo veliko prostora, ki ga nimamo vedno na voljo. V takih primerih kolo nadomestimo s krogom iz tršega materiala (slika 2).



[Slika 2] Krog namesto kolesa



[Slika 3] Pozicija pisal in črte



[Slika 4] Umirjanje lokov

Geometrijske oblike

V naravi srečamo veliko različnih oblik in vzorcev, ki nas upravičeno spominjajo na geometrijske oblike.

Fraktal

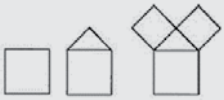
Oblaki, snežinke, drevesa, cvetača in tudi praproti predstavljajo dobre ponazoritve fraktalov.

[Slika 5] Iskanje prvega koraka

Med opazovanjem fraktalov v naravi je smiselno napraviti nekaj fotografij, ki jih pozneje povečamo in analiziramo. S pomočjo fotografij in smiselnega nizanja geometrijskih oblik poskušamo narisati fraktale do določene stopnje razvejanosti (koraka). Vzorci, ki nastanejo, so lahko dobro izhodišče za zabavno računanje. V vsakem posameznem koraku izračunamo obseg, ploščino ali celo prostornino vzorca. Ugotavljamo, kako se od koraka do koraka spreminjajo dobljene vrednosti. Učence usmerimo tudi v raziskovanje razvoja tega matematičnega področja (Dürer, Koch, Julia, Mandelbrot). (Primer učnega lista 2)

Primer učnega lista 2

1. Na spodnji sliki so narisani prvi trije koraki fraktala, ki ponazarja cvetačo. Ob nizanju geometrijskih oblik poskušaj narisati čim več korakov. Vsak korak poskusi pobarvati z drugo barvo.



2. Koliko korakov lahko narišeš?
3. V vsakem narisanem koraku določi število kvadratov in število pravokotnih enakokrakih trikotnikov.
4. Izračunaj ploščino dobljenega lika v tretjem, četrtem in petem koraku. Opazuj, kako se ploščina veča.

Nizanje enakih oblik

Nekatere žuželke in pajki gradijo svoje domove z uporabo preprostih matematičnih oblik. Mreže nekaterih pajkov spominjajo na različne večkotnike ali celo na krog, čebelje satovje pa je sestavljeno iz samih pravilnih šestkotnikov. Učenci lahko analizirajo pomen stičnega nizanja celic na satovju. Preverijo, katere like bi lahko uporabili za gradnjo satovja. Izbranim likom včrtajo kroge. S primerjavo velikosti polmerov včrtanih krogov dokažejo smiselnost izbire osnovnega gradnika na satovju. Učence opozorimo na ekonomično obnašanje živali in rastlin. (Primer učnega lista 3)

Seznanimo jih z možnostmi pokrivanja ravnine z različnimi liki in s pomembnim prispevkom M. C. Escherja k razvoju tega matematičnega področja. (Godnič, 2010)

Primer učnega lista 3

Tlakovanje ravnine je področje matematike, ki se ukvarja z vzorci, ki se ponavljajo v nekih zaporedjih v različnih smereh.

1. Razišči, iz katerih ravninskih pravilnih likov lahko oblikujemo vzorec, ki pokriva celotno ploskev brez praznih vmesnih prostorov.
   (Geometrijski vzorci so sestavljeni iz likov, ki se dopolnjujejo v vzorec. Med liki ni prostih prostorov, liki se med seboj stikajo. Začetno zaporedje se nadaljuje skozi cel vzorec in se ne spreminja.)

[Slika 6] Čebelje satovje

2. a) Oglej si čebelje satovje. Del satovja skiciraj v tlorisu.
   b) Katero geometrijsko obliko predstavljajo posamezne celice v satovju?
   c) Koliko celic je na eni strani satnice?
   č) Razmisli, zakaj so celice nanizane druga poleg druge?
3. a) Ali bi bilo lahko satovje oblikovano iz pravilnih petkotnikov? Razloži svoj odgovor.
   b) Poišči vse like, ki bi jih lahko uporabili za gradnjo satovja. Skiciraj možnosti in utemelji izbor likov.

[Slika 7] Grafična upodobitev rešitve

4. Zakaj uporabljajo čebele le določeno obliko za gradnjo svojega doma? Odgovor utemelji tudi z računom. Pri tem naj ti bodo v pomoč likom včrtani krogi.

Računanje ploščine

Količina hrane, ki jo rastline proizvajajo za svojo rast, je odvisna tudi od površine njenih listov, ki sprejemajo sončno svetlobo. Površino lista primerjamo z velikostjo lika, s katerim nam uspe pokriti izbrani list. Vprašanja in naloge, s katerimi usmerimo učence v rabo matematičnih modelov, se nanašajo na izračune ploščine enega lista in velikosti pokritja z vsemi listi, ki jih ima izbrana rastlina. Za merjenje velikosti lahko uporabimo nabran list ali pa njegovo fotografijo. Paziti moramo na izbiro listov, kajti njihova oblika določa težavnostno stopnjo naloge.

Na podlagi znanih podatkov o približni količini kisika, ki ga določene vrste dreves proizvedejo, in količini kisika, ki ga človek potrebuje, izračunamo, koliko dreves potrebujemo, da v enem letu zadostimo potrebam enega človeka po kisiku. (Godnič, 2010)

[Slike 8, 9, 10, 11 in 12] Pokrivanje lista z geometrijskimi liki

Simetrija

Marsikatera rastlina ali žival pritegne našo pozornost zaradi lepih barv in oblike. Občutek imamo, da so vzorci in oblika simetrični. Šele natančen pogled nam pokaže, da je popolna simetrija skoraj nemogoča.

Na sprehodu ugotavljajo učenci somernost celih rastlin ali njihovih delov. Za natančno ugotavljanje simetrije je treba nabrati različne rastlinske vzorce (liste, cvetove, plodove …) ali jih fotografirati. Z merjenjem, prepogibanjem ali odtisom jim določimo osno, središčno, rotacijsko simetrijo ali premik. Ugotavljamo tudi število simetrijskih osi. Na vzorcih raziščemo, kaj vpliva na število osi simetrije. (Primer učnega lista 4)

Z uporabo različnih preslikav v isti risbi ali s postopki oblikovanja ravninskih kristalografskih grup oblikujemo nove vzorce in oblike. (Godnič, 2010)

Primer učnega lista 4

1. Ali je slika na fotografiji simetrična?
2. Ali je glava hišnega ljubljenčka popolnoma simetrična?
3. Ali je naš obraz simetričen?

Odgovorov na zgornja vprašanja ni težko podpreti še z dokazom. Že skromno znanje uporabe osnovnih računalniških programov učencu omogoča oblikovanje odgovorov na zastavljena vprašanja.

[Slika 13] Prvotna slika

[Slika 14] Dve desni polovici

[Slika 15] Dve levi polovici

Sorazmerja in podobnost

Merjenje višine

V zgodovini si je človek pri merjenju pomagal s preprostimi pripomočki. Razdalje med opazovanimi objekti je meril s stopali, koraki, s polaganjem palice … Za merjenje višine je moral pokazati več iznajdljivosti. Med najbolj znane načine merjenja višine sodi merjenje z rotacijo. Merjenje višine z uporabo podobnih trikotnikov (merjenje dolžine sence opazovanega objekta) je prav

Primer učnega lista 5

1. Tabelo izpolni s svojimi merami, ki naj bodo zaokrožene na centimeter.

Deli telesa odraslega človeka	**Albrecht Dürer**	**Leonardo Da Vinci**	**tvoja razmerja**
dolžina nog proti višini telesa	1 : 2	-	
višina glave proti višini telesa	1 : 8	-	
dolžina dlani proti višini telesa	1 : 10	-	
dolžina dlani proti dolžini cele roke	1 : 4	-	
višina obraza proti višini glave	4 : 5	-	
višina noge do kolena proti višino celotne noge	-	0,618 : 1	
višino telesa do popka proti višini celega telesa	-	0,618 : 1	

2. V tabeli so zapisana nekatera idealna razmerja med deli odraslega človekovega telesa po Leonardu da Vinciju in Albrechtu Dürerju. Tabelo dopolni s tvojimi že poenostavljenimi razmerji.

Telesna višina	**Telesna višina do popka**	**Višina noge do kolena**	**Višina celotne noge**	**Razdalja razprtih rok**	**Višina glave**	**Dolžina celotne roke**	**Dolžina dlani**	**Dolžina roke do drugega ramena**

3. Ali veljajo njuna merila tudi zate?
4. V katerih primerih si se najbolj približal/-a znanim razmerjem?
5. Zakaj prihaja do odstopanj med razmerji?
6. Zakaj je smiselno zbirati in analizirati te podatke?

tako dobro znan postopek, ki ga je uporabljal že Tales. Če nam vreme dopušča, je smiselno izmeriti višino izbranega drevesa na oba načina. Dobljene rezultate lahko primerjamo med seboj in ugotavljamo razloge za morebitna odstopanja. (Primer učnega lista 5)

Na podlagi izmerjene višine opazovanega drevesa in pridobitve drugih potrebnih podatkov (obseg debla – premer debla) ocenimo tudi volumen debla. (Godnič, 2010)

Razmerja

V naravi srečamo različna stalna razmerja. Preučevanje marsikaterega znanega razmerja je za učence prezahtevno delo (razmerja med telesno površino in prostornino organizma, Mendelova razmerja …). Poznamo nekaj razmerij, ki jih dokaj hitro preverimo z enostavnimi matematičnimi operacijami. To so razmerja med velikostjo posameznih delov človekovega telesa. Učenci zberejo določene mere svojega telesa in izračunajo razmerja. Dobljene rezultate primerjajo z da Vincijevimi ali Dürerjevimi razmerji. Leonardo da Vinci in Albrecht Dürer sta v svojih delih uporabljala različna razmerja za upodabljanje idealnega človekovega telesa.

Učence lahko seznanimo tudi s posebnim razmerjem, to je z zlatim rezom. (Godnič, 2010)

Normalna ali gaussova porazdelitev

Dolžina cvetnih listov, masa plodov, višina rastlin in drugi podatki o rastlinah predstavljajo lepe primere normalne porazdelitve podatkov. Prav tako so za obdelavo zanimivi različni podatki o živalih in tudi o človeku. Večina pojavov v naravi je normalno porazdeljenih, to je v obliki normalne ali Gaussove krivulje.

Naloge, s katerimi opozorimo na to porazdelitev, so lahko zelo preproste. Za opazovanje si lahko izberemo kar ivanjščico, ki je ena najpogostejših slovenskih travniških rož. Sistematično izvajamo štetje belih cvetnih listov oziroma meritve dolžin cvetnih listov. Podatke smiselno urejamo v tabele in upodobimo v koordinatnem sistemu. Urejene in upodobljene podatke analiziramo in primerjamo z normalno krivuljo. Poiščemo uporabno vrednost tako dobljenih podatkov (primer: prepoznavanje sprememb v naravi, Primer učnega lista 6).

Ker ima krivulja ime po Carlu Friderichu Gaussu, lahko predstavimo učencem znanega matematika. (Godnič, 2010)

Zaporedja naravnih števil

Narava je včasih nepredvidljiva, zato je oblikovanje pravil, ki jih zasledimo pri opazovanju nekaterih pojavov, zahtevno in odgovorno delo. Če zmoremo med dobljenimi podatki zanemariti določene nepomembne podrobnosti, lahko najdemo zanimive splošno veljavne zakonitosti. Tako je tudi z zaporedji naravnih števil, ki jih včasih srečamo v naravi.

Potence

Pri bakterijah obstaja posebna oblika razmnoževanja. Celica se samo predeli – cepi, in to v zelo kratkem času. V optimalnih pogojih se ena bakterija množi po zaporednih vrednostih potence števila dve.

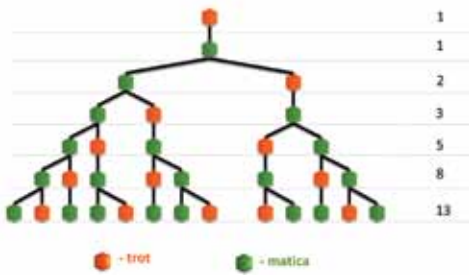
Učencem ponudimo vse potrebne podrobnosti, s katerimi opazujejo bohotenje števila bakterij v različnih časovnih intervalih in ob tem si zapisujejo člene tega zaporedja. Izračunajo tudi, kako veliko površino ali prostornino bi bakterije zapolnile v izbranem času. Razmislimo, kje uporabljamo ta znanja. (Godnič, 2010)

Primer učnega lista 6

1. Na travniku naberi deset cvetov ivanjščice. Izbiraj nepoškodovane cvetove, saj bo treba šteti bele cvetne liste in meriti njihovo dolžino.
2. V tem razdelku obravnavaj vsako ivanjščico posebej. Podatke zapisuj v tabele.
   a) Preštej število belih cvetnih listov posamezne ivanjščice.
   b) Na milimeter natančno izmeri dolžino vsakega belega cvetnega lista.
   c) Izračunaj povprečno dolžino cvetnega lista posamezne ivanjščice.
3. Na podlagi podatkov iz 2. a in 2. b naloge reši še naslednje naloge:
   a) Izpiši najmanjše in največje število cvetnih listov.
   b) Ali je število cvetnih listov večinoma liho ali sodo?
   c) Katero število cvetnih listov se je največkrat pojavilo?
   č) Izračunaj povprečno število cvetnih listov na ivanjščici.
   d) Katera dolžina cvetnega lista je bila najpogosteje zapisana?
   e) Izpiši najkrajšo in najdaljšo mero cvetnega lista.
   f) Izračunaj povprečno dolžino cvetnega lista ivanjščice.
   g) V koordinatnem sistemu upodobi odvisnost med številom ivanjščic in številom cvetnih listov na ivanjščici.
   h) V drugem koordinatnem sistemu upodobi odvisnost med dolžino cvetnega lista in številom cvetnih listov.
4. Ali poznaš igro ljubi – ne ljubi? Ivanjščica je v njej uporabljena kot napovedovalka ljubezenske usode.
   Ali lahko napovemo izid igre brez trganja cvetnih listov?
   Razišči možne zaključke igre. Mogoče ti bosta naslednja namiga v pomoč.
   a) Obstajata dva izida, dobljena po več poteh.
   b) Uporabi 3. b nalogo.

Fibonaccijevo zaporedje

Zaporedje naravnih števil, ki se pojavlja v najrazličnejših situacijah in povezavah z drugimi vedami, je Fibonaccijevo zaporedje. To zaporedje je zanimivo, saj se večkrat pojavlja v naravi (v razporeditvi semen sončnice in luskah storžev, v številu cvetnih listov …). Včasih je težko dobiti primerne vzorce, da bi lahko dokazali obstoj Fibonaccijevega zaporedja. Ta primanjkljaj lahko nadomestimo z dobrimi fotografijami vzorcev. Na njih lahko občudujemo zanimivost naveze med naravo in matematiko.



[Slika 16] Trot in 6 generacij prednikov

Med zelo prepričljive primere obstoja Fibonaccijevega zaporedja števil v naravi naletimo v čebeljih družinah, pri številu trotovih

prednikov v vsaki generaciji. (http://uc.fmf.uni-lj.si/mi/arhivpoletih/fibo.pdf)

S pomočjo drevesnega prikaza lahko štejemo trotove prednike v posamezni generaciji ali pa oblikujemo pravilo za izračun števila prednikov. (Primer učnega lista 7)

Učence seznanimo tudi z delom matematika Leonarda Fibonaccija. (Godnič, 2010)

Primer učnega lista 7

1. Čebeljo družino sestavljajo matica, delavke in troti. Matica in delavke se razvijejo iz oplojenega jajčeca, troti pa iz neoplojenega.
   a) Koliko staršev imata matica in delavka?
   b) Koliko staršev ima trot?
   c) Koliko starih staršev ima matica in koliko trot?
2. a) Nadaljuj iskanje števila prednikov čebeljega trota in nariši njegovo družinsko drevo do osme generacije.
   b) Izpiši število trotovih prednikov v vsaki pretekli generaciji.
3. a) Trot in število njegovih prednikov v vsaki generaciji tvorijo zaporedje, ki mu pravimo Fibonaccijevo zaporedje. Razišči ga.
   b) S pomočjo matematičnega modela izračunaj število trotovih prednikov v dvanajsti generaciji.

γ Za konec

V naštetih primerih sem poskušala prikazati nekatere možnosti povezovanja matematike s pojavi v okolju. Temu primerno sem oblikovala tudi učne liste, ki večinoma le nakazujejo smer opazovanja pojavov, vendar pa redkeje vodijo do samostojnega raziskovanja. Vodeno opazovanje pojavov je zaželeno čim večkrat preoblikovati v ustvarjalno in raziskovalno delovanje, ki pri učencu spodbuja radovednost in večjo zavzetost za učenje. V našem okolju najdemo še veliko situacij, ki jih lahko povežemo z matematiko. Učence je treba spodbujati k takemu raziskovanju, da bodo povezanost pojavov znali tudi sami poiskati in da bodo znali oceniti pomen matematike. Morda bodo osmislili matematiko kot poljski matematik Jan Sniadecki, ki je zapisal: » Matematika je kraljica vseh znanosti. Zaljubljena je v resnico, oblečena pa preprosto in jasno. Dvorec te vladarice obdaja gosto trnje in kdor bi ga rad dosegel, mora skozi goščavo. Slučajni popotnik ne opazi na dvorcu nič privlačnega. Lepota se odpira samo razumu, ki ljubi resnico in je prekaljen v boju s težavami, kaže izredno nepremagljivo težnjo po navadno zapletenih, vendar neizčrpanih in vzvišenih razumskih užitkih, lastnih samo človeški naravi.«

δ Viri in literatura:

1. Godnič, E. (2010). On a Walk with Mathematics. 10th annual EOE Conference. Rateče. Ljubljana: Center šolskih in obšolskih dejavnosti.
2. http://uc.fmf.uni-lj.si/mi/arhivpoletih/fibo.pdf (5. 7. 2014)
3. https://sites.google.com/site/marijahlastan2/matematika (5. 7. 2014)
4. http://zemljevid.najdi.si/najdi/vipava (10. 11. 2014)

Matematični aktivnosti pri izbirnem predmetu Matematična delavnica

Mathematical activity in the elective subject of Mathematical Workshop

Nataša Podojsteršek
Osnovna šola Mežica

Σ Povzetek

Predstavljeni sta dve matematični aktivnosti, ki jih lahko izvedemo pri izbirnem predmetu Matematična delavnica. Spadata v področje kombinatorike. Nakazane so možnosti razširitve aktivnosti in primeri izvedbe, za katere se lahko učitelj odloči glede na starost in sposobnost otrok v skupini, v kateri se aktivnosti izvajata. Tako ju lahko igrajo že v petem razredu, še najbolj pa je primerna za sedmošolce in osmošolce. Obe aktivnosti omogočata izkustveno učenje in razvijata divergentno razmišljanje, strategijo poskus–napaka, strategijo reševanja problemov, sposobnost zbiranja in urejanja podatkov, ki peljejo do induktivnega sklepa.

Ključne besede: Matematična delavnica, Hanojski stolpi, Menjava krogcev

Σ Abstract

Featured are two mathematical activities that can be performed in the elective subject Mathematical Workshop. They belong in the field of combinatorics. Indicated are possibilities of extending the activities and examples of implementation for which the teacher can decide according to the age and ability of children in the group in which the activities are carried out. The activities can be introduced as early as the fifth grade, but they are the most suitable for seventh- and eighth-graders. Both activities enable experiential learning, develop divergent thinking, enable

the use of the strategies of trial and error and problem solving, and encourage children to collect and organize data, leading them to an inductive conclusion.

Keywords: *Mathematical Workshop, Hanoi towers, Changing the circles*

α Uvod

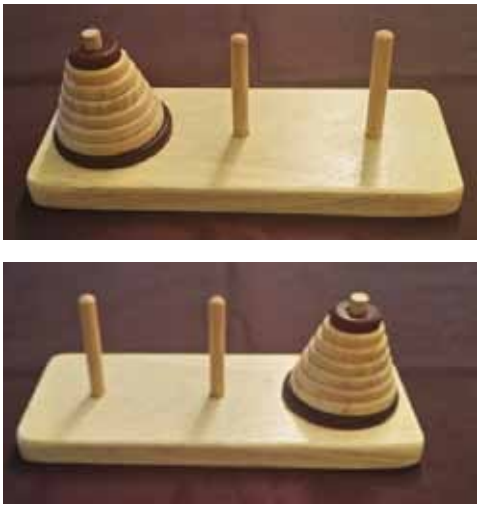
Izbirni predmet Matematična delavnica izvajam na naši šoli že od leta 2003. Namenjen je učencem različnih matematičnih sposobnosti. Zato vsebino in obliko dela prilagajam željam, interesom in sposobnostim učencev, ki so vključeni v skupino. Zdi se mi pomembno, da so učenci dejavni in da znanje pridobivajo iz lastnih izkušenj in doživljanj. Zaradi tega so tudi metode dela bistveno drugačne kot pri rednem pouku matematike. Sproti se odločam za samostojno, skupinsko delo ali delo v dvojicah, za preiskovanje ali dejavno pridobivanje izkušenj. Rada vidim učence, ki so zadovoljni in z veseljem rešujejo naloge ali preiskujejo ali igrajo matematične igre. Učenci tako razvijajo pozitiven odnos do matematike in do svoje, lastne dejavnosti.

V prispevku predstavljam dve matematični aktivnosti, ki jih učenci igrajo pri Matematični delavnici. Pri obeh se skrivata matematika in logično mišljenje. Spadata v področje kombinatorike. Obe igri lahko igrajo vsi učenci, razširitve aktivnosti so neobvezne in so stopnjevane po zahtevnosti. Najboljša izvedba se je izkazala pri »blokurah«, kjer so prvo šolsko uro učenci spoznavali igro in pravila ter igro dejansko igrali, jo »izkusili« in doživeli. Drugo šolsko uro pa smo aktivnost igre razširili in izpeljali matematično refleksijo.

β Prva aktivnost: Hanojski stolpi

Hanojski stolpi je matematična igra. Za igro so potrebne tri palice, na katere natikamo okrogle ploščice različnih velikosti. Število ploščic je lahko poljubno, toda vse morajo biti različnega premera. Več kot je ploščic, težja je igra.

Na začetku igre so vse ploščice zložene na prvi palici, in to v urejenem redu, od največje do najmanjše, tako da ima kup obliko stožca. Cilj igre je premakniti Hanojski stolp na tretjo, prazno palico. Pri prestavljanju ploščic smemo naenkrat premakniti samo eno ploščico in nikoli ne smemo večje ploščice postaviti na manjšo. Srednjo palico pa uporabljamo za začasno odlagališče.



[Slika 1] Začetno stanje in končno stanje

Primer izvedbe

1. Učencem najprej predstavim igro in demonstriram igranje, saj je zgolj navodilo nekaterim učencem premalo. Če pa so v skupini učenci z višjimi matematičnimi sposobnostmi, lahko navodila in pravila igre podam zgolj ustno ali zapišem na list in učenci sami poskušajo igrati po navodilih brez demonstracije.
2. Nato učenci sami zaigrajo igro. Pri tem je pomembno, da se število ploščic spreminja. Lahko začnejo z dvema ali tremi ploščicami. Pozneje poskusijo z več ploščicami. Pomembno je, da zaigra vsak učenec, da res izkusi igro. Za to je potrebno dovolj materiala. Po izkušnjah učenci igrajo do konca šolske ure in z veseljem prelagajo ploščice.

[Slika 2] Vmesno stanje pri premikanju Hanojskega stolpa s 5 ploščicami

3. Naslednjo šolsko uro pa skušamo aktivnost razširiti. Učencem ponudim vprašanja:

- Opazuj začetek igre: Kam prestaviš prvo, najmanjšo ploščico pri sodem (lihem) številu ploščic v Hanojskem stolpu?
- Z najmanj kolikimi potezami prestaviš Hanojski stolp treh (štirih, petih, šestih, sedmih) ploščic iz prve palice na tretjo palico? Zapisuj ali riši potek igre.
- Raziskuj odnos med številom ploščic in številom potez, ki so potrebne za premestitev Hanojskega stolpa iz prve na tretjo palico. Izdelaj tabelo.
- *Ali lahko izračunaš, najmanj koliko potez je potrebnih za premestitev Hanojskega stolpa z 10 ploščicami?
- *Zapiši splošni obrazec za premestitev Hanojskega stolpa z n ploščicami na tretjo palico.

*Zadnji dve vprašanji sta za učence kar zahtevni, ampak ju je smiselno vključiti, ker pripeljeta do posplošitve.

Učencem (lahko) ponudim tabelo:

število ploščic v Hanojskem stolpu	**min. število potez za premestitev Hanojskega stolpa na 3. palico**
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
10	
n	

Izpolnjena tabela:

število ploščic v Hanojskem stolpu	**min. število potez za premestitev Hanojskega stolpa na 3. palico**
1	1
2	3
3	7
4	15
5	31
6	63
7	127
10	1023
n	$2^n - 1$

Namig učencem, kako si naj zapisujejo potek igre:

Npr. za Hanojski stolp z eno ploščico: (1,0,0) → (0,1,1)

za Hanojski stolp z dvema ploščicama: (2,0,0) → (1,1,0) → (0,1,1) → (0,0,2)

Nekaj spoznanj in možnosti

Prišla sem do spoznanja, da morajo učenci imeti na voljo dovolj časa. Zato je smiselno načrtovati še kakšno uro več. Zdi se mi pomembno, da sami uvidijo in izkusijo igro. Igra se zdi na prvi pogled zelo enostavna. Toda pri prestavljanju Hanojskega stolpa s 7 krogci še zdaleč ni tako, saj moraš narediti vsaj 64 premikov.

Če opazimo, da imajo učenci težave pri prestavljanju ploščic, jih nekaj časa le pustimo, da sami igrajo in pridejo do nekaterih spoznanj. Učence usmerimo, naj bodi pozorni, ali Hanojski stolp sestavlja liho ali sodo število ploščic in kako začnejo igro, kako se premikajo ploščice po prvi potezi … Pomagamo z navodilom, da naj začnejo raziskovati pri manjšem št. ploščic in naj si ugotovitve zapišejo. Na koncu se le pogovorimo o strategiji premikanja ploščic in demonstriramo.

Smiselno se je pogovoriti o igri.

Npr: Katera ploščica naredi največ in katera najmanj premikov? Kakšno je stanje tik, preden prestavimo največjo ploščico? Kako pa prestavljamo ploščice, ko je največja že prestavljena na zadnjo, tretjo palico? Koliko potez smo naredili do te stopnje in koliko jih bomo še do konca?

S pomočjo zgornjih vprašanj, pridemo tudi do posplošitve. Se je že zgodilo, da je kak učenec sam prišel do posplošitve in splošnega zapisa, sicer pa zapis oblikujemo skupaj in povemo, da spada v eksponentno funkcijo. Te učenci ne poznajo, poznajo pa potence (osnovo, stopnjo).

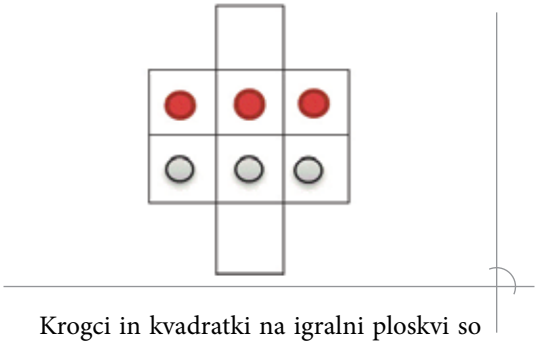
Ker je vsak učenec igral, si zapisoval poteze, izpolnjeval tabelo, mu je oblikovanje splošnega zapisa bližje in bolj razumljivo. To je aktivno učenje, saj pripelje do povezav med konkretno in miselno dejavnostjo.

Če igro igrajo osmošolci, jo razširimo v sklopu Zgodovine matematike. In sicer učenci lahko samostojno odkrijejo izvor igre, avtorja igre ter legendo, ki je povezana s Hanojskimi stolpi. Lahko naredijo tudi plakat in predstavitev.

Učenci lahko igro zaigrajo tudi na medmrežju, kjer najdemo kar nekaj računalniških aplikacij za to igro.

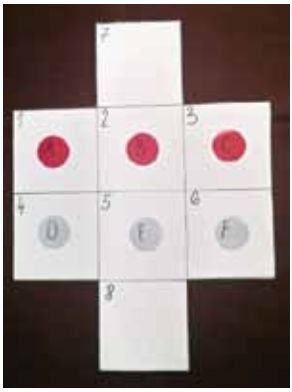
γ Druga aktivnost: Menjava krogcev

Za to igro so potrebni po trije krogci dveh različnih barv ter igralna ploskev z osmimi kvadratki.



Krogci in kvadratki na igralni ploskvi so označeni s črkami oz. so oštevilčeni, kot kaže spodnja slika št. 3.

Učenci si lahko sami izdelajo igralno ploskev in krogce, ali pa si za krogce sposodijo figure iz kakšne druge igre, kot je npr. Človek ne jezi se, ali pa dobijo barvne zamaške od plastenk.



[Slika št. 3] Začetno stanje pri igri menjava krogcev (delo učencev)

Na začetku igre so krogci iste barve položeni v isti vodoravni liniji. Cilj igre je zamenjati položaje krogcev ene barve s krogci druge barve. Pri tem smemo krogec premakniti za en korak vodoravno ali navpično v prazen kvadratek.

Primer izvedbe

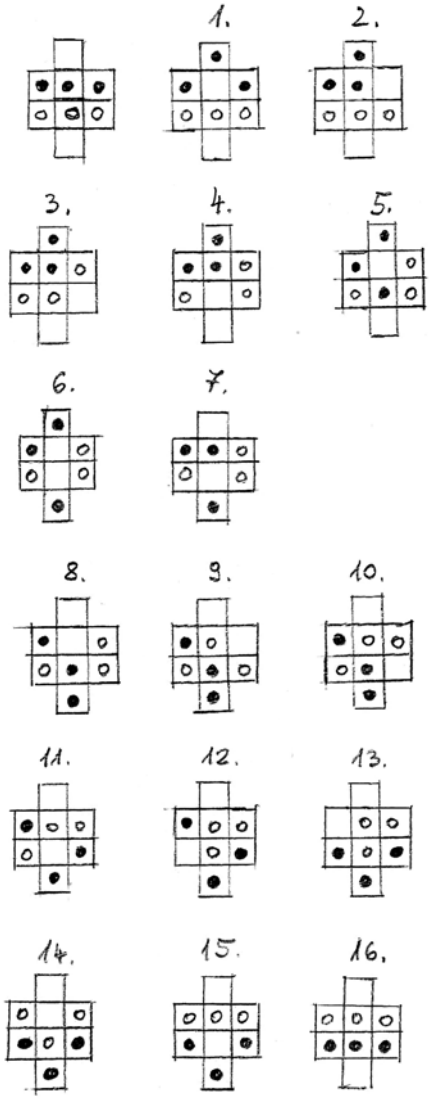
1. Tudi pri tej igri učencem najprej predstavim igro in pravila igranja.
2. Nato vsak učenec zaigra igro. Izkušnje kažejo, da učenci kar hitro pridejo do cilja in da pri igri uživajo.
   Igra spodbuja divergentno razmišljanje, saj je cilj eden, a poti do njega je več. Igra podpira tudi strateško razmišljanje ob korelaciji poskus – napaka.
3. Nato učencem zastavim izziv:

Koliko potez je najmanj potrebnih za dosego cilja? Učence spodbujam, da zapisujejo ali rišejo potek igre.

Pri tem se lahko dogovorimo, da za premik krogca B na polje 7, zapišejo B7. Lahko pa si preprosto rišejo polja in krogce. Za to porabijo kar nekaj časa.

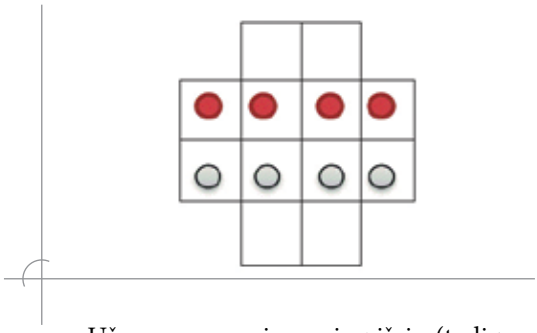
Učenci pridejo sami do rešitve. Z njimi se pogovorim o premikanju krogcev, in to demonstriramo (lahko kar na tablo z magneti). Tako tudi učenci, ki niso sami prišli do cilja z najmanj potezami, slišijo in vidijo strategijo premikanja krogcev.

Ugotovimo, da 16 potez zadostuje za menjavo krogcev:



[Slika št. 4] Vseh 16 potez pri menjavi 6 krogcev

4. Aktivnost nadgradim tako, da spreminjamo število krogcev in igralno ploskev. Učenci najprej igrajo igro, nato prav tako štejejo število potez, ki so potrebni do končne zamenjave krogcev. Npr:



Učence nagovorim, naj opišejo (tudi zapišejo) strategijo igranja, ki jih pripelje do najmanj mogočih potez.

Lahko pa jih izzovem tudi tako, da jih vprašam, kdo pride do cilja z 20 potezami. Seveda potem učenec, ki to zmore, pred tablo demonstrira premikanje krogcev in pojasni strategijo.

Učencem lahko ponudim prazne igralne ploskve, da si rišejo poteze krogcev. S tem jim pomagam pri časovni stiski, ki nas lahko vedno spravi v zadrego. Primer takega delovnega lista Slika št. 5.

5. Lahko še razširimo dejavnost z raziskovanjem zveze med številom praznih polj in vseh polj na igralni ploskvi ter številom krogcev. Učence napeljem na zapis posplošitve.

   Pomoč jim je lahko tudi tabela:

Število krogcev	Število praznih polj	Število vseh polj
6		
8		
10		
12		
n		

Izpolnjena tabela:

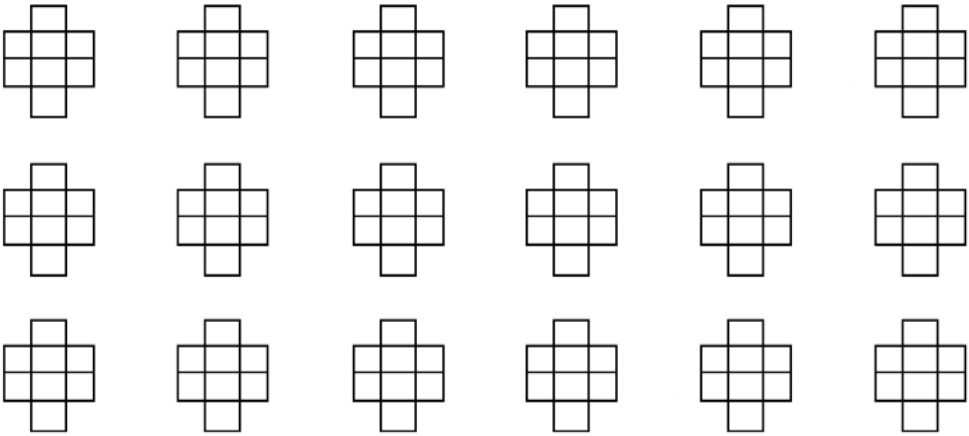
Število krogcev	Število praznih polj	Število vseh polj
6	2	8
8	4	12
10	6	10
12	8	20
n	n–4	2 n – 4 = 2 (n – 2)

Nekaj spoznanj in namigov

Ta aktivnost spodbuja tudi divergentno razmišljanje (cilj je eden, a poti do njega je več). Vsi učenci pridejo do cilja. Lažje in hitreje kot pri Hanojskih stolpih. Toda težje jim je ugotoviti strategijo premikanja krogcev, ki pripelje do cilja z najmanj potezami. Zato je skoraj res bolje, če je naloga zastavljena tako, da jim povemo št. najmanj potez in je izziv, kdo pride do cilja z najmanj premikov. To tudi spodbuja neke vrste zdravo tekmovalnost med učenci.

Učenci do posplošitve pri zadnji tabeli pridejo hitreje. Če je treba, jih vodimo s podvprašanji. Ampak to linearno povezavo dokaj dobro sami odkrijejo in jo tudi razumejo.

Za mlajše učence lahko aktivnost naredimo zabavnejšo in privlačnejšo, če krogce zamenjamo z živalmi, npr. zelene in rjave žabe ali zelene in rjave kobilice …



[Slika št. 5] Delovni list za zapis potez pri igri menjava krogcev

δ Komu sta aktivnosti namenjeni?

Menim, da ne moremo postaviti starostnih meja. Igri so igrali tako sedmošolci, osmošolci kot devetošolci. Igri prilagodimo starosti in sposobnostim učencev primerno. Lahko ju igrajo tudi v nižjih razredih. Učence spodbujamo, da zapisujejo ali rišejo potek igre.

Obe aktivnosti razvijata divergentno razmišljanje, strategijo poskus – napaka, strategijo reševanja problemov, sposobnost zbiranja in urejanja podatkov, ki peljejo do induktivnega zaključka.

ε Sklep

Do zdaj sta obe igri učence navdušili. Igrali so vsi učenci, ne glede na njihovo sposobnost. Vsi učenci pridejo do cilja. Seveda eni hitreje kot drugi, ampak temu ne posvečam preveč pozornosti. Pomembno se mi zdi, da so pri uri dejavni vsi učenci in da imajo možnost nadgradnje igre in razvoj miselnih procesov, kar pa ti dve igri seveda omogočata.

ζ Viri in literatura:

1. Vilko Domajnko, Z nalogami skozi zgodovino matematike, DZS, Ljubljana, 1993.
2. Učni načrt za izbirni predmet Matematična delavnica, Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, 2004.
3. Kirkby Dave, Marvellous Ideas for Mellow Maths Teachers (Ideas – a Collins Educational photocopy master), Collins Educational, 1992.

Uporaba bralnih učnih strategij pri obravnavi vsebine funkcije

Implementing Reading and Learning Strategies for Discussion of Mathematical Functions

Damjana Jovan
Šolski center Ljubljana
Gimnazija Antona Aškerca

Σ Povzetek

V prispevku opišem vključitev kompetence učenja učenja v pouk matematike z uporabo učnih strategij pri obravnavi učnega sklopa Funkcije v 2. letniku programa Gimnazija. Prikažem uporabo grafičnih organizatorjev pri pouku matematike, in sicer primerjalne matrike, zaporedje dogodkov, miselni vzorec in strategijo VŽN.

Ključne besede: grafični organizatorji, VŽN, primerjalna matrika, zaporedje dogodkov, miselni vzorec, pogovor, zapiski, funkcije

Σ Abstract

The article provides a description of the learning to learn competence's incorporation into mathematical lessons by means of implementing learning strategies for discussing functions in the 2nd year of high school. Utilization of graphic organisers is presented, namely the comparative matrix, sequence of events, mind map and the KWL strategy.

Keywords: *graphic organisers, KWL, comparative matrix, sequence of events, mind map, talk, notes, functions*

α S premišljenim načrtovanjem do uspešne izpeljave pouka

Načrtovanje učnega procesa je eden izmed ključnih pogojev za uspešno izpeljavo pouka. Če je učni proces načrtovan premišljeno in konkretno, učitelju olajša njegovo izpeljavo, dijakom pa zagotovi razmere za doseganje pričakovanih rezultatov. Ena izmed pomembnih faz načrtovanja učnega procesa je vključitev kompetence učenja učenja.

Učni proces sem razdelila na tri faze (pred in med učenjem in po njem) in v njih tudi uporabila različne učne strategije.

Za aktiviranje predznanja dijakov o pojmu funkcija sem vključila strategijo pogovora in strategijo **VŽN** (kaj že **V**em, kaj še **Ž**elim izvedeti, kaj in kako sem se **N**aučil). S pogovorom učitelj najpogosteje ugotavlja, kaj dijaki o določeni vsebini že vedo, vendar si dijakovih odgovorov največkrat ne zapišemo. Zato je uporabnejša strategija **VŽN**, ki daje dijakom možnost, da izrazijo svoje ideje, vprašanja in jih tudi zapišejo. Dijakom pisanje pomaga, da lažje usmerijo pozornost na obravnavano vsebino.

Med učenjem smo si pomagali z že znanim grafičnim organizatorjem (**miselni vzorec,** ki je uporaben za samostojno ponovitev znanja po posamezni učni uri ali na koncu vsebinskega sklopa, za povezovanje že znanega, predvsem za domače delo dijakov), s katerim smo opredelili nekaj osnovnih pojmov o funkcijah.

Po učenju sem uporabila strategijo **primerjalne** tabele, ki je primerna za pregledno ponovitev znanja. Izpolnjena primerjalna tabela je lahko dijaku in učitelju dobro izhodišče za zapolnjevanje morebitnih vrzeli v znanju. Uporaba primerjalne tabele pri matematiki je primerna le pri nekaterih vsebinah in ni namenjena zgolj memoriranju, ampak povezovanju in razumevanju matematičnih vsebin, saj aktivira usvojeno znanje, spodbuja uporabo zapiskov in učbenika, vse skupaj spodbuja samostojno in aktivno učenje. Pri tematskem sklopu Funkcije so dijaki primerjali podobnosti in razlike med posameznimi funkcijami.

β Načrt in opis izpeljave tematskega sklopa

V nadaljevanju bom opisala konkreten primer načrtovanja tematskega sklopa, kjer sem načrtno vpeljevala kompetenco učenja učenja. Izbrala sem poglavje Funkcija in njene lastnosti v 2. letniku programa Gimnazija. Za tematski sklop sem porabila od 10 do 15 šolskih ur. To poglavje omogoča učitelju in dijaku, da uporabi pri poučevanju in pri učenju veliko različnih strategij.

Operativni cilji, ki naj bi jih dijaki dosegli so:

Dijaki/dijakinje:

- usvojijo in uporabljajo pojem funkcije;
- usvojijo in uporabljajo pojme: definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije, injektivna, surjektivna, bijektivna funkcija;
- narišejo, analizirajo graf funkcije s pomočjo vzporednega premika in raztega;
- ugotovijo obstoj inverzne funkcije na preprostih primerih, zapišejo njen predpis in narišejo graf inverzne funkcije k dani funkciji;
- prepoznajo potenčno odvisnost in jo razlikujejo od drugih odvisnosti (premo in obratno sorazmernost);
- narišejo in analizirajo graf potenčne funkcije s pomočjo transformacij;

- obravnavajo korensko funkcijo kot inverzno funkcijo k potenčni funkciji.

Pričakovani dosežki

Dijaki/dijakinje:

- razvijejo razumevanje splošnega pojma funkcija;
- poznajo in uporabljajo potenčno in korensko funkcijo;
- rišejo grafe potenčnih in korenskih funkcij;
- uporabljajo lastnosti funkcij.

Didaktični pristopi (strategije)

Dijaki/dijakinje:

- razvijejo učinkovite bralne strategije za nadaljne učenje in izobraževanje;
- kritično reflektirajo lastno znanje (učenje učenja).

γ Dejavnosti učitelja in dijakov

Za uvodno motivacijo dijake spodbudim, da mi naštejejo primere med seboj odvisnih količin. Njihovi odgovori so npr.:

- ploščina kvadrata je odvisna od dolžine njegove stranice,
- v kolikšnem času bo delo opravljeno, je odvisno od števila delavcev,
- obseg enakostraničnega trikotnika je odvisen od dolžine njegove stranice.

Za vsako povedano odvisnost zastavljam vprašanja:

- za kakšno odvisnost gre (premo ali obratno sorazmerje),
- koliko količin se nahaja v tej odvisnosti,
- kaj je odvisna in kaj neodvisna spremenljivka,
- zveza med neodvisno in odvisno spremenljivko.

Dijaki odgovarjajo na vprašanja in povedo:

- v katerih primerih gre za premo in v katerih za obratno sorazmerje,
- da imamo v tej odvisnosti dve količini,
- da je neodvisna spremenljivka x, odvisna spremenljivka y,
- da je zveza med njima $y = f(x)$.

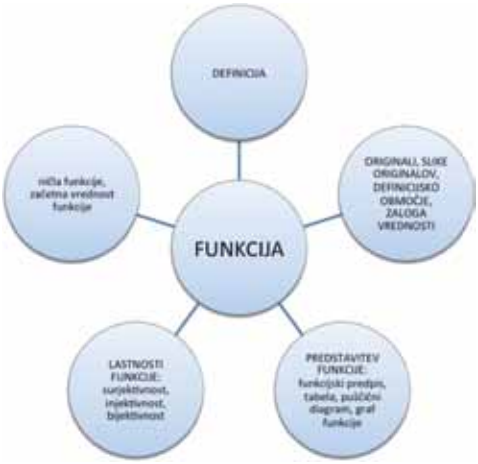
Tako z viharjenjem možganov in spodbujanjem radovednosti pridemo do pojma funkcija, ki smo ga že obravnavali v 1. letniku, zato lahko dijaki ponovijo osnovne pojme o funkciji z metodo **VŽN** (Preglednica 1).

Kaj že vem?	Česa še ne znam oz. sem pozabil?	Kako se bom to naučil?

[Preglednica 1] VŽN pri ponovitvi osnovnih pojmov o funkciji

Dijake usmerjam pri ponovitvi osnovnih pojmov o funkciji, ugotavljam napačne predstave ali slabo predznanje. Pri razlagi uporabim **miselni vzorec** in tako dijakom pokažem smiselno uporabo tega znanega grafičnega organizatorja (Slika 1):

- definicija (navežemo na množice),
- originali, definicijsko območje, slike originalov, zaloga vrednosti,
- predstavitev funkcije: predpis, tabela, puščični diagram, graf funkcije,
- realna funkcija realne spremenljivke,
- surjektivnost, injektivnost, bijektivnost,
- ničla funkcije, začetna vrednost funkcije.



[Slika 1] Primer miselnega vzorca.

Nato zapišem primer že znane funkcije npr. $f(x) = 2x - 1$ in dijaki na primeru te funkcije zapišejo definicijsko območje, zalogo vrednosti, funkcijo tabelirajo, narišejo njen graf, izračunajo ničlo in začetno vrednost.

Dijakom nato napovem, kaj se bomo še naučili o funkciji:

- zrcaljenje grafa funkcije čez abscisno os,
- zrcaljenje grafa funkcije čez ordinatno os,
- zrcaljenje grafa funkcije čez koordinatno izhodišče,
- risanje grafa funkcij $|f(x)|$ in $f(|x|)$

Vse primere zrcaljenj pokažem z uporabo spletne strani http://www.e-um.si/. Dijaki sodelujejo pri razlagi in si zapisujejo v zvezke.

Skupaj z dijaki ponovimo pojme, ki smo jih že obravnavali v 1. letniku z metodo **VŽN** (Preglednica 1):

- naraščanje, padanje
- omejenost
- sodost, lihost (računsko in na grafu)
- inverzne funkcije: predpis, grafična ponazoritev, kako poiščemo predpis za inverzno funkcijo (uporabim metodo **zaporedje dogodkov**)
  1. zamenjamo spremenljivki $x \leftrightarrow y$
  2. izrazimo y
  3. dobljeni zapis je inverzna funkcija

Naredimo še nekaj računskih primerov z uporabo programa Graph. Dijaki s pomočjo zapiskov ugotavljajo lastnosti, grafe funkcij zrcalijo, iščejo inverzne funkcije.

Nato sledi obravnava potenčnih funkcij.

Dijakom dam navodilo, da z uporabo učbenika raziščejo grafe in lastnosti potenčnih funkcij (nalogo lahko delajo v šoli ali doma). Skupaj ugotovimo, da ločimo več vrst potenčnih funkcij:

- potenčna funkcija z naravnim sodim in lihim eksponentom,
- potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom (sodim in lihim).

Dijaki izpolnijo **primerjalno tabelo** vseh štirih potenčnih funkcij in njihovih lastnosti (preglednica 2).

Poiščemo še inverzne funkcije potenčnim funkcijam in dobimo korenske funkcije s sodim in lihim naravnim eksponentom. Dijakom dam navodilo, da z uporabo učbenika raziščejo grafe in lastnosti korenskih funkcij.

Dijaki naredijo **primerjalno tabelo** korenskih funkcij in njihovih lastnosti (preglednica 3).

Obravnavo tematskega sklopa zaključimo s kratko samorefleksijo dijakov:

Ali sem se o funkcijah naučil dovolj?
Ali sem si pomagal z različnimi tehnikami učenja?
Kaj bi lahko spremenil?

	$f(x) = x^2$	$f(x) = x^3$	$f(x) = x^{-1}$	$f(x) = x^{-2}$
ime funkcije				
D_f				
Z_f				
naraščanje/padanje				
omejenost				
sodost/lihost				
ničle				
začetna vrednost				
graf				

[Preglednica 2] Primerjalna tabela vseh štirih potenčnih funkcij in njihovih lastnosti.

	$f(x) = \sqrt{x}$	$f(x) = \sqrt[3]{x}$
ime funkcije		
D_f		
Z_f		
naraščanje/padanje		
omejenost		
sodost/lihost		
ničle		
začetna vrednost		
graf		

[Preglednica 3] Primerjalna tabela korenskih funkcij in njihovih lastnosti.

γ Moja opažanja in ugotovitve

Ko obravnavamo pojem funkcije v 1. letniku, opažam, da dijaki tega pojma ne razumejo dobro. Zato je treba v 2. letniku vse pojme o funkciji še enkrat ponoviti. Pri tem se zelo dobro obneseta dve učni strategiji, pogovor in strategija VŽN, saj z njima ugotovimo, kje imajo dijaki težave. Tudi dijakom je ta način dela verjetno dobrodošel, saj vidijo, kaj že znajo in kaj bo treba še usvojiti. Pri obravnavi nove vsebine (premiki in raztegi grafov) si navadno pomagam z uporabo IKT. Grafe rišem s programom Graph, primere si pogledamo na spletni strani e-um.si.

Ko pridemo do vpeljave potenčnih in korenskih funkcij, dijaki že zelo dobro poznajo osnovne lastnosti funkcij in zato lahko že samostojno narišejo grafe in lastnosti vseh teh funkcij in jih primerjajo med seboj. V ta namen sem v razredu preizkusila uporabo primerjalne tabele, ki jo lahko dijaki izpolnjujejo v šoli ali doma. Če so dijaki samostojno izpolnjevali tabelo, je treba izpolnjene tabele preveriti. Lahko jo pregledamo ustno, lahko jo izpolnjujemo sproti na tablo, lahko si učitelj pripravi že izpolnjeno tabelo in jo pokaže dijakom. Nato je potrebna analiza dobljene tabele, npr. v čem so si enote podobne oz. v čem se razlikujejo. Čas izvedbe je odvisen od predznanja dijakov. V eni šolski uri lahko tabelo izpolnijo in jo tudi skupaj preverimo. Rešitve lahko vpisujejo dijaki sproti, če imamo v učilnici interaktivno tablo.

ε Kako naprej

Razvoj kompetence učenje učenja je proces, ki ga učitelji matematike načrtujemo in postopno razvijamo skozi vse šolsko leto in po vsej vertikali. Začne se z zapisom v letno pripravo, nadaljuje s konkretno in sistematično izvedbo pri pouku matematike. Vsem trem področjem razvoja kompetence učenje učenja, metakognitivnemu, motivacijskemu in kognitivnemu področju, se pri pouku učitelji matematike različno posvečamo glede na zmožnosti, znanja in potrebe pouka. Sama sem se trenutno bolj posvetila kognitivnemu področju, zato sem temu področju tudi v prispevku namenila večjo pozornost. Učitelji matematike moramo dijake spodbujati, da učne strategije uporabljajo tudi pri učenju matematike doma. Dijake pri pouku matematike vodimo od njim znanih strategij (zapiski, miselni vzorec) do manj poznanih ali njim neznanih strategij (grafičnih organizatorjev – primerjalnih tabel, ki so pri matematiki zelo uporabne). Dijak preko praktične izkušnje uporabe raznolikih strategij med samim poukom in domačim delom uvidi koristnost uporabe le-teh. Pridobljene izkušnje bom pri pouku nadgrajevala tudi v prihodnje in jih poskušala še izboljšati.

ζ Viri in literatura:

1. G. Pavlič et al. (2012) PLANUM NOVUM, učbenik za matematiko za 2. letnik gimnazij, Modrijan.
2. Pečjak, S., Gradišar, A. (2002). Bralne učne strategije, Ljubljana, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
3. Žakelj, A. et al. (2008). Učni načrt. Matematika: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija, Ljubljana, Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.
4. J. Bone, A. Sambolić – Beganović. Uči me učiti se matematiko. Vzgoja in izobraževanje, letnik 43, št. 6., str. 52–61, ZRSŠ, 2012.
5. S. Pečjak. Razvoj metakognitivnih sposobnosti pri učenju in vloga učitelja. Vzgoja in izobraževanje, letnik 43, št. 6., str. 10–17, ZRSŠ, 2012.
6. Bizjak, C. Učenje učenja. Vzgoja izob., 2012, letn. 43, št. 6, str. 3.
7. Pečjak, S. (2010). Kompetenca učenje učenja: prezentacijsko gradivo. Neobjavljeno delo.
8. Bizjak. C. (2010). Predstavitev projekta: prezentacijsko gradivo. Neobjavljeno delo.

Matematični maraton – vključevanje metakognitivnih strategij v pouk matematike pri ponavljanju

Mathematical Marathon – Implementation of the Learning to Learn Metacognitive Strategies for Mathematical Lessons Revision

Mojca Plut
Ekonomska šola
Novo mesto

Σ Povzetek

Izmed treh področij razvoja kompetence učenja učenja (kognitivno, metakognitivno, motivacijsko) smo se osredinili za metakognitivno področje, ki vključuje orientiranje, preverjanje, diagonosticiranje in evalviranje. V prispevku opišemo, kako smo v ponavljali vsebino zaporedij v 4. letniku gimnazij in vključevali samopreverjanje znanja, samostojno in sodelovalno učenje, preverjanje znanja. Dijake z zastavljanjem primernih vprašanj usmerjamo v njihov lastni proces učenja, kjer ovrednotijo svoje delo in načrtujejo, kako bodo odpravili pomanjkljivosti v svojem znanju. Končamo z lastnimi ugotovitvami po opravljenih dejavnostih.

Ključne besede: metakognitivne strategije, matematika, učenje učenja

Σ Abstract

Among the three aspects of developing the learning to learn competence (cognitive, metacognitive and motivational), we focus on the metacognitive aspect, which includes orientation, testing, diagnostics and evaluation. The article provides a description of how the topic of sequences was revised in the 4th year of high school: it included knowledge self-assessment, independent as well as collaborative learning, and knowledge assessment. By posing appropriate questions, the students are directed into

their own learning process, which leads them to self-evaluation and planning of how to remedy deficiencies in their knowledge. Our personal findings after completed activities are presented in the final part of the article.

Keywords: *metacognitive strategies, mathematics, learning to learn*

α »Matematični maraton«

V preteklih letih sem se izobraževala na področju učenja učenja (v nadaljevanju UU). Trudim se, da bi svoje pridobljeno znanje čim bolje prenašala tudi na svoje dijake. Vesela sem vsakega nadomeščanja, saj si na ta način lahko vzamemo več časa tudi za UU. Dijake sem seznanila z veliko kognitivnimi učnimi strategijami. Nekateri jih tudi vestno uporabljajo. Ker se pogosto zgodi, da imam v enem dnevu tudi po dve uri nadomeščanja v enem razredu, je to kot nalašč za »Matematični maraton«. Pripravim ga za učno vsebino, ki jo takrat obravnavam v razredu. V nadaljevanju bom predstavila, kako sem ga izvedla v 4. letniku gimnazije, kjer smo ponavljali zaporedja. Poudarek pri »Matematičnem maratonu« je na metakognitivnih učnih strategijah, in sicer na orientiranju, preverjanju, diagonosticiranju, evalviranju. Dijaki so ga dobro sprejeli, ker gre za več različnih dejavnosti, ki pozitivno vplivajo na motivacijo dijakov in v delo vnašajo dinamiko.

β Ponovimo zaporedje

V treh urah pouka v 4. letniku, ki smo jih namenili ponavljanju zaporedij, sem želela, da dijaki dosežejo naslednje operativne cilje:

- induktivno sklepajo, posplošujejo in nadaljujejo zaporedje,
- najdejo in zapišejo zvezo med členi zaporedja,
- berejo različno podana zaporedja,
- uporabijo lastnosti zaporedij,
- razlikujejo vrsto zaporedja,
- izračunajo vsoto n členov zaporedja, izračunajo vsoto geometrijske vrste.

Pričakovani dosežki, ki naj bi jih dijaki dosegli po končanem tematskem sklopu, so:

- rešijo naloge,
- ovrednotijo svoje delo,
- razumejo svoje učenje in imajo nadzor nad njim.

Odločila sem se, da bom uporabila naslednje didaktične pristope:

- aktivne oblike pouka (sodelovalno učenje, skupinsko delo, individualno delo),
- aktivne metode pouka (diskusija, debata)

γ O dejavnostih učitelja in dijaka

Dejavnosti učitelja pri pripravi take učne ure so predvsem tiste, ki jih pripravi doma:

- Razmislek o temi, o ciljih.
- Priprava gradiva.
- Priprava vprašalnika za samoevalvacijo dijakov.

Med izvajanjem učnih ur le koordinira delo. Po končanem pouku učitelju ostane le to, da opravi kakovostno analizo vprašalnika in z ugotovitvami v nadaljevanju seznani dijake.

Vse opisane dejavnosti dijaka so osredinjene na to, da si dijak vseskozi odgovarja na vprašanja:

- Kaj že vem o tem?
- Zakaj je dobro, da to znam?
- Kako se bom učenja lotil?
- Kako bom vedel, da znam?
- Ali snov razumem?
- Ali napredujem?
- Ali se trudim?

δ Kako tečemo na »matematičnem maratonu«?

»Matematični maraton« poteka v več stopnjah.

1. stopnja

Dijake najprej seznanim s cilji (ponovitev zaporedij, ovrednotenje svojega dela in znanja in načrtovanje). Dijake razdelim v skupine po 5. Dijaki s pomočjo učnega lista (Učni list 1) v skupini ponovijo temeljne pojme in dejstva, ki jih morajo poznati o zaporedjih. Bistvene stvari si tudi zapišejo. Skrbim za to, da so vsi dejavni, da si pomagajo in se dopolnjujejo.

1. stopnja: PONAVLJAMO ZAPOREDJA

V skupini razmislite:

- Kaj je zaporedje? Kdaj narašča(pada), kdaj je omejeno?
- Kdaj je zaporedje aritmetično? Zapišite splošni člen in obrazec za vsoto prvih n členov aritmetičnega zaporedja. Kaj je aritmetična sredina dveh števil?
- Kdaj je zaporedje geometrijsko? Zapišite splošni člen in obrazec za vsoto prvih n členov geometrijskega zaporedja. Kaj je geometrijska sredina dveh pozitivnih števil?
- Kdaj obstaja vsota neskončnega geometrijskega zaporedja in kolikšna je, če obstaja?
- Zapišite in razložite osnovne pojme in obrazce obrestno-obrestnega računa.

[Učni list 1] Ponavljamo zaporedja

2. stopnja

Na drugi stopnji dijakom znotraj skupine priredim oznake A, B, C, D in E. Vsak dijak reši samostojno nalogo, ki jo s to oznako najde na učnem listu (Učni list 2).

2. stopnja: Vsak v skupini naj reši svojo nalogo.

A	Zapiši prve tri člene zaporedja s splošnim členom $a_n = 100 - 2n$. Dokažite, da je zaporedje aritmetično, in izračunajte vsoto prvih 5000 členov.
B	Dano je aritmetično zaporedje 7, 14, 21 …. Najmanj koliko členov tega zaporedja moramo sešteti, da bo vsota presegla 2100?
C	Izračunaj realno število x, za katero so števila x, $4x - 1$, $4x$ prvi trije členi naraščajočega geometrijskega zaporedja. Natančno izračunaj vsoto prvih 20 členov tega geometrijskega zaporedja.
D	Žogica Marogica neutrudno poskakuje, tako da v n-tem skoku odskoči $a_n = 0{,}7 + \left(\frac{5}{4}\right)^{-0{,}01n}$ metra visoko. Zapiši na milimeter natančno, koliko odskoči prvič in koliko desetič. V katerem skoku odskoči 1,5 m visoko?
E	Izračunaj vsa realna števila a, za katera velja $a + a^2 + a^3 + \ldots a^n + \ldots = 2a$. (Na levi strani enakosti je neskončna vrsta z n-tim členom enakim a^n)

[Učni list 2] Naloge, ki jih rešijo posamezniki

3. stopnja

Na naslednji stopnji se ob novem omizju zberejo dijaki, ki so reševali isto nalogo. Pogovorijo se o tem, kako so nalogo reševali. Vsi v skupini morajo obvladati nalogo, ki jim je bila dodeljena.

3. stopnja: Poišči sošolce v razredu, ki so reševali isto nalogo kot ti. Skupaj analizirajte nalogo.

4. stopnja

Nato se dijaki ponovno vrnejo v prvotno skupino in poročajo sošolcem, katero nalogo so reševali in kako so jo rešili. Cilj: vsi v skupini morajo znati rešiti vseh 5 nalog.

4. stopnja: Vrni se k svoji skupini. Razloži vsem članom skupine nalogo, ki si jo reševal.

5. stopnja

Na naslednji stopnji dijaki preizkusijo svoje znanje. Dobijo nov učni list (učni list 3), na katerem so iste naloge, kot so bile na prvem listu. Vsak dijak jih reši samostojno. Naloge skupaj pregledamo in ocenimo v skladu s točkovnikom. Naloge po navadi izberem iz Zbirke maturitetnih nalog z rešitvami. Pri vrednotenju upoštevamo priložen točkovnik. Vodim pogovor, v katerem pojasnjujem in opozarjam na napake, ki sem jih med njihovim reševanjem opazila.

5. stopnja:

Letnik: 4.
Program: gimnazija
Snov: ZAPOREDJA

Ime in priimek:

Razred: _____
Uspešnost: _____t/32 t =_____ %
Ocena: _____

Meje med ocenami glede na uspešnost, izražene v %: [0,45) –*nzd* [45,60) – *zd* [60,75) – *db* [75,90) – *pdb* [90,100] – *odl*

1. Zapiši prve tri člene zaporedja s splošnim členom $a_n = 100 - 2n$. Dokažite, da je zaporedje aritmetično, in izračunajte vsoto prvih 5000 členov.[1]

	7t

2. Dano je aritmetično zaporedje 7, 14, 21,…. Najmanj koliko členov tega zaporedja moramo sešteti, da bo vsota presegla 2100?[2]

	7t

3. Izračunaj realno število x, za katero so števila x, $4x - 1$, $4x$ prvi trije členi naraščajočega geometrijskega zaporedja. Natančno izračunaj vsoto prvih 20 členov tega geometrijskega zaporedja.[3]

	7t

[Učni list 3] Preizkus znanja

… nadaljevanje [Učnega lista 3] Preizkus znanja

4. Žogica Marogica neutrudno poskakuje, tako da v n-tem skoku odskoči $a_n = 0{,}7 + \left(\frac{5}{4}\right)^{-0{,}01n}$ metra visoko. Zapiši na milimeter natančno, koliko odskoči prvič in koliko desetič. V katerem skoku odskoči 1,5 m visoko?[4]

	6t

5. Izračunaj vsa realna števila a, za katera velja $a + a^2 + a^3 + \ldots a^n + \ldots = 2a$. (Na levi strani enakosti je neskončna vrsta z n-tim členom enakim a^n)[5]

	5t

1 *Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006, Državni izpitni center, str. 166*
2 *Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006, Državni izpitni center, str. 166*
3 *Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006, Državni izpitni center, str. 167*
4 *Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006, Državni izpitni center, str. 167*
5 *Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006, Državni izpitni center, str. 168*

6. stopnja

Na zaključni stopnji dam dijakom še vprašalnik (Vprašalnik 1), s pomočjo katerega ovrednotijo svoje delo in načrtujejo, kako bodo odpravili pomanjkljivosti v svojem znanju. Na ta način jih navajam, da sprejemajo odgovornost za svoje dosežke. Vprašalnik začasno poberem in analiziram.

6. stopnja

RAZMISLI …
Kaj si po vseh današnjih dejavnostih na temo »Zaporedja« ugotovil o svojem znanju o zaporedjih? (Analiziraj svoj pisni preskus). Ustrezno označi v tabeli.

	DA	NE
Iz splošnega člena zaporedja znam izračunati zahtevane člene.		
Razlikujem med pojmom »izračunaj« in »dokaži«.		
Vem, kaj je diferenca aritmetičnega zaporedja in jo znam izračunati.		
Znam postaviti pogoj, ki se nanaša na zahtevo »vsota členov zaporedja ne bo presegla …«		
Obvladam reševanje kvadratne neenačbe.		
Razumem rešitev neenačbe, znam odgovoriti na zastavljeno vprašanje glede na rešitev neenačbe.		
Vem, kdaj je zaporedje geometrijsko, kdaj je naraščajoče, kakšen pogoj izpolnjujejo trije zaporedni členi geometrijskega zaporedja.		
Poznam obrazec za končno mnogo členov geometrijskega zaporedja in ga znam uporabiti.		

	DA	NE
Razumem in uporabljam pojem »natančno izračunaj«.		
Eksponentne enačbe mi ne delajo težav.		
Če so podatki v metrih, rezultat pa moram izraziti v milimetrih, mi to ne dela težav.		
Poznam pojem neskončna geometrijska vrsta in poznam obrazec za vsoto neskončno mnogo členov geometrijskega zaporedja.		
Vedno premislim o smiselnosti rešitve.		
Znajdem se v življenjskih nalogah.		
Znam uporabljati računalo.		

Zato, da ne bom ponavljal-a istih napak, kot sem jih naredil-a danes, bom …

Glede na tvoje primanjkljaje priporočam naslednje vaje iz »zelene knjige«:

Definicija zaporedij	str. 206/1, 2	Eksponentna enačba	str. 183/8, 9
Aritmetično zaporedje	str. 207/5, 8, 9, 11, 13	Zaokroževanje	str. 183/11 str. 208/26
Geometrijsko zaporedje	str. 207/6, 12, 14, 16	Kvadratna neenačba	str. 147/7, 20
Neskončna geometrijska vrsta	str. 208/20, 21		

Naloge reši do jutri. O vsem, kar ti ne gre, vprašaj.

Temo »zaporedja« smo skoraj v celoti obdelali že v 3. letniku. Z zaporedji smo se ukvarjali tudi že letos. Kakšno je bilo tvoje znanje o tej temi na začetku 1. ure:

odlično	**dobro**	**povprečno**	**zadovoljivo**	**slabo**
Snov sem osvojil/-a in utrdil/-a, vse mi je bilo jasno.	Snov sem poznal/-a, nekaj malenkosti sem pozabil/-a.	Osnovne pojme in dejstva sem poznal/-a, tudi nekatere zahtevnejše.	Znal/-a sem le temeljne stvari, imel/-a sem veliko vrzeli.	Skoraj vse sem pozabil/-a.

Ali ti je uvodni pogovor v skupini pomagal, da si določena znanja priklical/-a?

Si se znal/-a lotiti naloge, ki ti je bila dodeljena? Si napredoval/-a, ko si se o nalogi pogovarjal/-a z dijaki, ki so reševali isto nalogo?

Ti je koristilo ko so ti sošolci v prvotni skupini razložili snov, ki je bila predmet njihove naloge?

V današnjih urah matematike:

Sem se veliko naučil/-a in dopolnil/-a svoje znanje o zaporedjih.	Sem se nekaj naučil/-a.	Se nisem veliko naučil/-a.	Sem se dolgočasil/-a in so se mi zdele mimo.

Kar se tiče srednješolske snovi (matematika 1-matematika 4) :

Že dobro obvladam	Imam še »luknje«

Zato, da matura zame ne bo problem, bom …

Profesorica ti sporoča:

V življenju je treba vedno gledati naprej in nikoli nazaj,
razen ko se želimo zahvaliti za vse lepe trenutke.
/Daphne du Maurier/

ε Na cilju matematičnega maratona

Tak način dela so dijaki dobro sprejeli. Povedo, da se s takim načinom dela veliko naučijo. S pomočjo vprašalnika dobim tudi povratno informacijo. Ugotavljam, da so dijaki, ko gre za ocenjevanje samega sebe, zelo strogi. Večina zna presoditi, česa ne zna, česa ne razume in kje gre le za površnost. Vprašalnike vrnem in jim napišem tudi svoje sporočilo. Tega so veseli. Sama organizacija »Matematičnega maratona« tudi meni ponuja dober nadzor nad delom. Ker dijaki ves čas delajo sami oziroma v skupini, imam dovolj časa za spremljavo. Sproti si zapisujem pogoste napake in vrzeli, na kar jih v analizi opozorim. Ime se je porodilo pri dijakih. Pri eni izmed izvedb je na koncu dijak navdušeno izjavil: »Saj to je bil pravi maraton«.

ζ Viri in literatura:

1. Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006

1

Razvijanje kompetence učenje učenja pri vsebini »Elipsa«

Developing the Learning to Learn Competence through Discussion of the Learning Content "Ellipse"

Emilija Grahor
Škofijska gimnazija Vipava

Σ Povzetek

V članku predstavimo uporabljene učne strategije pri obravnavi tematskega sklopa Stožnice – elipsa v tretjem letniku srednje šole. V uvodnem delu članka navedemo osnovne podatke o tematskem sklopu, ki izhajajo iz učnega načrta za matematiko (operativni cilji, vsebinski cilji, procesni cilji, dejavnosti za razvoj kompetence, učni dosežki …). Ob konkretnem primeru iz sklopa Elipse prikažemo uporabo strategije VŽN. V izvedbo sklopa (pred in med učenjem ter po njem) so bile vključene tudi dejavnosti za razvoj kompetence učenje učenja s poudarkom na vključevanju kompetenc učenje učenja in manj na vsebinski ravni. Te dejavnosti (na primer dejavnosti za spodbujanje motivacije) opišemo in ponazorimo s primeri in odzivi dijakov.

Ključne besede: učenje učenja, učne strategije, VŽN, stožnice, elipsa, miselni vzorec, refleksija dijakov

Σ Abstract

The article presents implemented learning strategies for discussing the learning content "Conical Sections and Ellipse" in the 3rd year of secondary school. The introduction lists basic data about the topic, which is prescribed by the mathematics syllabus (operational goals, content goals, procedural goals, activities for competences development, learning achievements etc.).

A practical example from the topic "Ellipse" demonstrates implementation of the KWL strategy. Activities for developing the learning to learn competence, with an emphasis on incorporation of the learning to learn competence rather than the contents aspect, were also carried out before, during and after the learning process. These activities (for instance motivational activities) are described, as well as illustrated with examples and the students' reactions.

Keywords: *learning to learn, learning strategies, KWL, conical sections, ellipse, mind map, students' opinions*

α Uvod

V pouk matematike vedno vključujem posamezne strategije s področja kompetenc učenja učenja. Tako med grafičnimi organizatorji pogosto uporabim izdelavo miselnega vzorca ali primerjalne matrike predvsem ob koncu obravnave posameznega sklopa, na primer:

- po koncu obravnave številskih množic,
- po koncu obravnave linearne funkcije,
- po koncu obravnave kvadratne funkcije,
- po koncu obravnave kvadratne enačbe in neenačbe,
- po koncu obravnave kotnih funkcij …

Z dijaki začnemo izdelovati miselni vzorec (ali primerjalno matriko) v šoli, včasih s celim oddelkom, včasih z delom po skupinah. Izdelek dokončajo doma. Ker se ista strategija ponovi večkrat v štirih letih, jo dijaki kar dobro usvojijo.

Poleg posameznih strategij vključujem tudi posamezne elemente s področja celovitega razvoja kompetenc učenja učenja. Tako zelo pogosto dajem dijakom na primer možnost samopreverjanja svojega znanja.

V zadnjem času sem kot članica projektnega tima za učenje učenja spoznala to področje bolj sistematično in pogosteje in načrtneje vključujem te kompetence v pouk.

Za opis sklopa Stožnice - Elipsa sem se odločila, ker sem tudi do zdaj v tem sklopu redno uporabljala strategije učenje učenja, pa tudi zato, ker je ravno v tem sklopu kar precej povezav matematike z naravo in sploh z našim okoljem. V sklop sem vgradila znanje, ki sem ga pridobila kot članica šolskega tima za učenje učenja.

β Osnovni podatki o tematskem sklopu Stožnice - elipsa

Tematski/učni sklop Stožnice - Elipsa v tretjem letniku srednje šole zajema več ur. V učnem načrtu za gimnazijo so našteti naslednji **operativni cilji**[1]:

Dijaki/dijakinje:

- poiščejo primere stožnic v naravi;
- primerjajo in uporabljajo analitično in geometrijsko definicijo stožnice;
- interpretirajo krožnico kot poseben primer elipse *in izpeljejo enačbe elipse iz enačbe krožnice z raztegom vzdolž izbrane osi;*

1 *V poševnem tisku so navedeni cilji, ki opisujejo posebna znanja.*

- analizirajo enačbo in grafično predstavijo krožnice in elipse v središčni in v premaknjeni legi;
- *konstruirajo stožnice;*
- *narišejo stožnico tudi z uporabo primernega računalniškega programa;*
- *analitično in grafično obravnavajo tangento stožnice;*
- analitično in grafično določijo presečišča stožnice s premico in določijo presečišča stožnic v središčni legi;
- utemeljijo smiselnost rezultatov pri analitični obravnavi presečišč;
- *rešujejo problemske naloge.*

Vsebinski cilj predvideva, naj dijak/dijakinja pozna in uporablja enostavne stožnice in zveze med njihovo geometrijsko in algebrsko predstavitvijo. Predvidena vsebina je Elipsa v središčni in premaknjeni legi.

V učnem načrtu niso navedena procesna znanja za posamezni sklop, temveč le splošna procesna znanja za celotni učni načrt. Tukaj so izbrana tista procesna znanja, ki jih lahko dosegamo v obravnavanem sklopu.

Dijak/dijakinja:

- abstraktno razmišlja;
- razume razliko med formalnim matematičnem sklepanjem in intuitivnimi izpeljavami;
- analitično zastavi reševanje problemov in jih reši z uporabo različnih strategij;
- uporablja matematiko v vsakdanjem življenju (uporaba geometrije);
- izraža se ustno, pisno in v drugih izraznih oblikah;
- kritično razmišlja o potrebnih in zadostnih pogojih;
- uporablja informacijsko-komunikacijsko tehnologijo, sposoben je kritičnega odnosa do informacij na spletu in drugje;
- kritično reflektira lastno znanje (učenje učenja);
- je ustvarjalen, daje pobude, sprejema odločitve, podaja ocene tveganj (samoiniciativnost in podjetnost);
- konstruktivno obvlada čustva, spoštuje sebe in soljudi, razvije integriteto (poštenost in odkritost), razvije zmožnosti za delo v skupinah, odgovoren odnos in vrednote, razvije in izboljša kritičen in pošten odnos do sveta (socialne in državljanske kompetence).

Poleg teh ciljev so v učnem načrtu navedene tudi **dejavnosti za razvoj kompetence učenje učenja** (načrtovanje lastnih aktivnosti, odgovornost za lastno znanje, razvoj metakognitivnih znanj).

Dijaki/dijakinje:

- načrtujejo lastni proces učenja: se spremljajo in usmerjajo v procesu učenja ter evalvirajo lastni učni proces;
- se nadzirajo pri delu;
- reflektirajo lastno znanje, sodelujejo v pogovorih o ocenjevanju znanja, razvijajo odgovornost za lastno znanje, razvijajo delovne navade, metakognitivna znanja.

Pričakovani dosežki v zvezi z operativnimi cilji niso zapisani v učnem načrtu, zato sem jih oblikovala sama.

Dijak/dijakinja

- v naravi (in svetu) prepozna obliko stožnice;
- *s programom za dinamično geometrijo zna narisati elipso;*
- pozna definicijo elipse;

- zna načrtati elipso z vrtnarsko konstrukcijo;
- pozna enačbo elipse v središčni legi;
- pozna enačbo elipse v premaknjeni legi;
- zna narisati elipso, če pozna središče in obe polosi;
- zna določiti gorišče elipse;
- pozna enačbo elipse v splošni obliki;
- zna pretvarjati iz splošne oblike enačbe v enačbo v premaknjeni legi;
- zna izračunati, ali je premica sekanta, tangenta ali mimobežnica dane elipse;
- zna razmišljati o svojem učenju;
- zna uporabljati strategijo uporabe miselnega vzorca;
- se zna ustvarjalno vključiti v pogovor o učenju;
- se zna dejavno vključiti v sodelovalno učenje.

Z **didaktičnega vidika** sem izbrala učno-ciljni in procesno razvojni pristop (načrtovanje dejavnosti za dijake v povezavi s cilji procesa in pričakovanimi rezultati). Vključila sem **dejavnosti za razvoj kompetence učenje učenja**. Kombinirala sem frontalno razlago snovi z aktivnimi oblikami pouka: skupinskim delom, delom v parih in individualnim delom. Uporabila pa sem tudi aktivne metode pouka: diskusija, preiskovanje, delo z viri. Dijaki so uporabili računalnik (programi za dinamično geometrijo) in svetovni splet.

β Načtrtovanje dejavnosti

Pred učenjem dijakov

Učiteljeva dejavnost je najprej usmerjena v spodbujanje **motivacije** za učenje. Tukaj gre za uporabo strategije VŽN[2], in sicer prvih dveh korakov: Usmerjanje v to, kaj že znajo in kaj se želijo naučiti.

V ta namen razrežemo stožec iz stiropora, dijaki pa predvidevajo, katero krivuljo dobimo. V dvojicah iščejo primere stožnic iz narave in urbanega okolja. Dijake usmerjamo v to, kaj že znajo. Sledi **usmerjanje v proces učenja.** Ker poznajo krožnico kot geometrijski lik in kot krivuljo, zapisano z enačbo, odgovarjajo na vprašanje: Zakaj se jim zdi smiselno in pomembno, da tudi elipso obravnavamo kot krivuljo, zapisano z enačbo? Dijaki osmišljajo, kaj se želijo naučiti. Nato predvidevajo, katera znanja o krožnici bodo uporabili pri obravnavi elipse (Kaj že znam, vem?).

Med učenjem dijakov

V nadaljevanju uporabimo učno strategijo preiskovanja. Ob konkretnem reševanju problema »Katera je karakteristična lastnost točk na elipsi?« se učijo uporabe te strategije. Zapišejo definicijo. »Odkrijejo« vrtnarsko konstrukcijo elipse in jo preizkusijo na tabli. Dijaki se urijo v spremljanju svojega učenja in sprejemanja povratne informacije. Učitelj izpelje enačbo elipse, dijaki so osredotočeni na reševanje problema in razumevanje procesa izpeljave enačbe ter vzdrževanje koncentracije. Učitelj reši temeljne primere na tablo, naslednje vaje pa rešujejo najprej samostojno, šele čez nekaj časa je prikazana rešitev na tabli. S tem so dijaki usmerjeni v samostojno reševanje problemov, hkrati pa jim je omogočeno (samo) preverjanje znanja. Naloge iz iskanja presečišč elipse s premico rešijo s sodelovalnim načinom. Tako razvijajo tudi zmožnosti za delo po skupinah. Dijaki narišejo elipso s pomočjo računalniškega programa. Spodbujamo jih k samostojnemu reševanju problemov. Tik

2 *VŽN –Vem (Kaj že vem?), Želim (Kaj želim izvedeti, se naučiti?), Naučil (Kaj sem se naučil?)*

pred koncem ponovimo uporabo strategije izdelave miselnega vzorca, uporabe virov in kritičnega razmišljanja, ko naredijo miselno vzorec na temo Elipsa v naravi in urbanem svetu s pomočjo svetovnega spleta. Na koncu dijaki rešujejo problemsko nalogo. Tako pridobivajo problemska znanja.

Po učenju dijakov

Učitelj pripravi vprašanja in usmeri dijake za samoevalvacijo. Dijaki naredijo samoevalvacijo načina učenja. Navajam nekatera vprašanja oz. trditve, ki jih dijaki ovrednotijo (s točkami od 1 do 5):

V diskusiji sem sodeloval. V skupini sem si prizadeval za rešitev problema. Razumel sem povezave med krožnico in elipso. Strategija VŽN mi pomaga povezovati prejšnje z novim znanjem. Z miselnim vzorcem si pomagam pri ponavljanju snovi. Svoj način učenja matematike stalno izboljšujem.

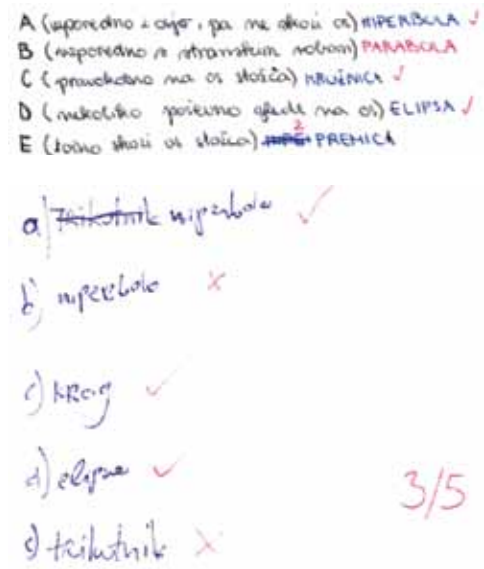
γ Opis izvedbe in primeri odzivov dijakov

Pred učenjem

Dijaki že poznajo krivulje, ki jih v nadaljevanju opredelimo kot stožnice: krožnico, elipso, parabolo in hiperbolo. Na tablo narišemo te oblike in jih poimenujemo. S stališča oblike dijaki ločijo krivulje med sabo (parabolo smo že srečali kot graf kvadratne funkcije, hiperbolo kot graf funkcije $f(x) = 1/x$, krožnica in elipsa pa sta že »udomačeni« obliki. Analitično je bila obdelana le krožnica (z enačbami). V celotnem sklopu stožnice obravnavamo omenjene štiri krivulje analitično, z enačbami. V članku je opis obravnave elipse s poudarkom na vključevanju kompetenc učenje učenja in manj na vsebinski ravni.

Spodbujanje motivacije

Na začetku sklopa Elipsa sem prinesla v razred stožec iz stiropora in napovedala, da ga bom razrezala z ravnimi rezi na različne načine. Dijaki so si zapisali te predvidene načine in pred vsakim rezom napovedali obliko preseka ravnine s stožcem (stožec smo si predstavljali kot neskončni dvojni stožec). Pravilnost so seveda sproti preverjali po vsakem rezu. Odgovarjali so individualno z zapisovanjem v zvezek (Slika 1).



[Slika 1] Odgovora dijakov o presekih dvojnega stožca z ravnino

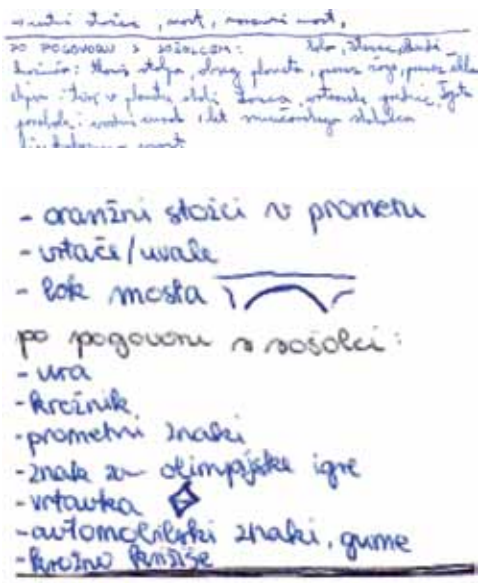
Pri tej aktivnosti je bila poleg motivacije vključena tudi kompetenca učenje učenja (UU) spodbujanja samopreverjanja svojega znanja.

Motivacija za učenje in spodbujanje razmišljanja o uporabi znanja

Dijake sem povabila s spodbudo:

Zapiši ali nariši v zvezek primere stožnic v naravi oz. v urbanem svetu. Primere zapiši najprej sam, nato pa se s sošolcem pogovorita in dopolnita vsak svoj seznam.

Dijaki so najprej posamično našteli primere stožnic, ki jih opazijo v naravi in urbanem svetu, nato pa so s sošolci dopolnili svoje predloge (Slika 2). Potem so poročali in primere po skupinah zapisali na tablo. Včasih je bil potreben kritični razmislek, kam uvrstiti kakšno krivuljo, vendar se s podrobnostmi nismo ukvarjali. Prilagam dva zapisa dijakov v zvezek.



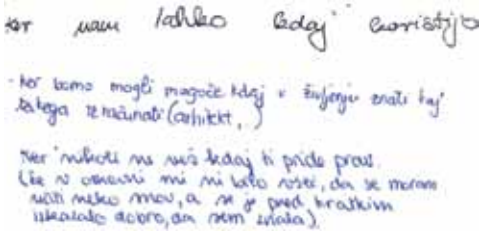
[Slika 2] Zapisa dijakov o primerih stožnic v naravi

Usmerjanje v proces učenja: razmišljanje o smiselnosti učenja o elipsi.

Dijaki so odgovarjali na vprašanje:

Poznamo krožnico kot lik in kot krivuljo, podano z enačbo. Se ti zdi smiselno in pomembno poznati tudi enačbe elipse, hiperbole in parabole in z njimi računati?

Po diskusiji sem ugotovila, da večinoma niso odgovorili na to vprašanje (Slika 3). Pa tudi že sama iz prejšnjih izkušenj nisem pričakovala kakšnih poglobljenih odgovorov, saj je to zelo težko vprašanje tako za dijake kot za učitelja (Kako osmisliti učenje?). Nekaj razmislekov prilagam.



[Slika 3] Zapisi dijakov o pomenu poznavanja enačb stožnic

Odgovori seveda potrjujejo moja pričakovanja. No, poskus osmislitve pa je vendarle bil. Dijakom se pomen učenja običajno »odpre« šele potem, ko se naučijo uporabe naučenega.

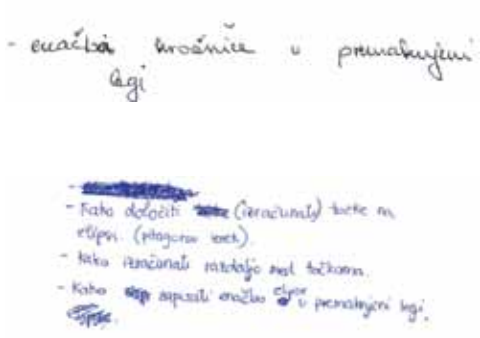
Usmerjanje v proces učenja: Kaj že vem? In Kaj se želim naučiti?

Dijaki odgovorijo na vprašanje:

Elipso bomo obravnavali kot krivuljo v koordinatnem sistemu, izpeljali in računali bomo z njeno enačbo. Za katera znanja o krožnici lahko predvidiš, da jih boš lahko uporabil pri učenju o elipsi?

S tem vprašanjem sem želela, da bi s pomočjo svojih zapiskov ali učbenika sami ponovili znanje o krožnici in predvideli, kaj bi lahko delali pri elipsi. Novo snov bomo gradili na predhodnem znanju o krožnici. V

diskusiji potem se je izkazalo, da so večinoma zapisali samo to, da bomo izpeljali enačbo elipse ali pa nič, dva izstopajoča odgovora prilagam (Slika 4).



[Slika 4] Katera znanja o krožnici bom uporabil pri učenju o elipsi? (zapisa dijakov)

Med učenjem

Usmerjanje v samostojno preiskovanje, kreiranje novega znanja

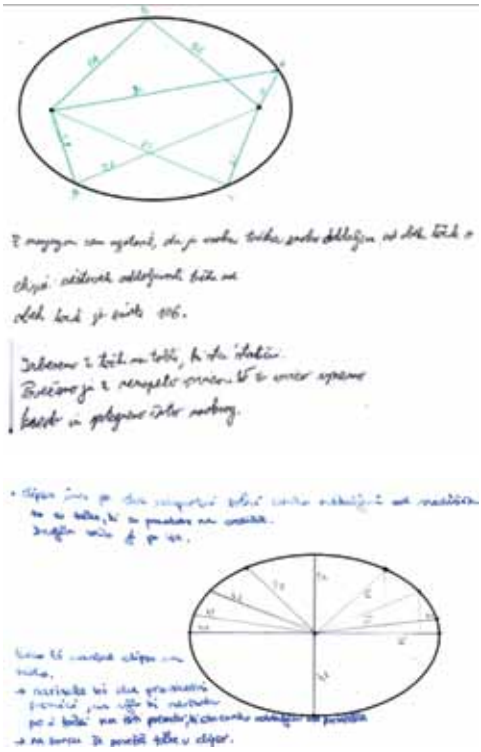
Dijakom sem razdelila liste z narisano elipso (brez gorišč) in jih usmerila v preiskovanje z navodilom:

> Točke na krožnici so vse enako oddaljene od središča krožnice. S pomočjo merjenja poskusi ugotoviti karakteristično lastnost točk na elipsi. Opiši, kako bi s pomočjo svoje ugotovitve narisal elipso.

Izkazalo se je, da je bila naloga zelo zahtevna. Predlagali so veliko idej, nekatere tudi pravilne. Prilagam dva primera preiskovanja (Slika 5).

Dijaki, ki so prišli do prave karakteristike, so risanje elipse prikazali na tabli.

Po tem smo izpeljali njeno enačbo v obeh oblikah in naredili tipične primere. Sledile so naloge za utrjevanje.



[Slika 5] Preiskovanje elipse: iskanje karakteristične lastnosti točk na elipsi

Omogočanje dijakom (samo)preverjanje znanja

Naloge najprej zastavim, nato jih poskušajo dijaki sami rešiti. Šele nato jih rešimo na tablo. S tem omogočam dijakom, da se lahko preverjajo, koliko že znajo.

Usmerjanje v samostojno reševanje problemov in uporabe drugih virov.

Glede na to, da dijaki znajo uporabljati program Geogebro, so v računalniški učilnici reševali nalogo:

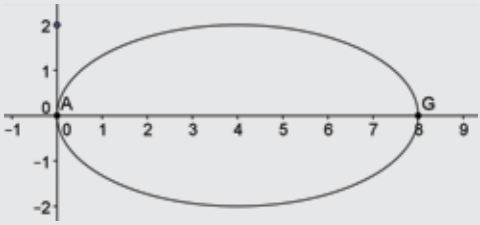
> S pomočjo programa Geogebra narišite elipso.

Naloga je zahtevna, ker morajo s premislekom odkriti, kako uporabiti vrtnarsko konstrukcijo. Dijakom pomagam z nasveti, tako da na koncu vsi uspešno dokončajo nalogo,

Omogočanje razvoja veščine vključevanja v skupno reševanje problemov

Dijake sem razdelila na skupine po štiri dijake in vsaki skupini dodelila iste naloge. V vsaki skupini sem določila vodjo. Sama sem spremljala delo. Naloge so bile kompleksnejše, tiste ob koncu obravnave sklopa Elipsa (glej Prilogo 1).

1. Nariši krivuljo z enačbo $4x^2 + y^2 - 16x + 2y + 1 = 0$ ter izračunaj abscisi presečišča krivulje z osjo x.
2. Elipsa na sliki ima temena v točkah A (0, 0), B (8, 0), C (4, –2) in D (4, 2). Napiši enačbo te elipse in izračunaj razdaljo med njenima goriščema F_1 in F_2.



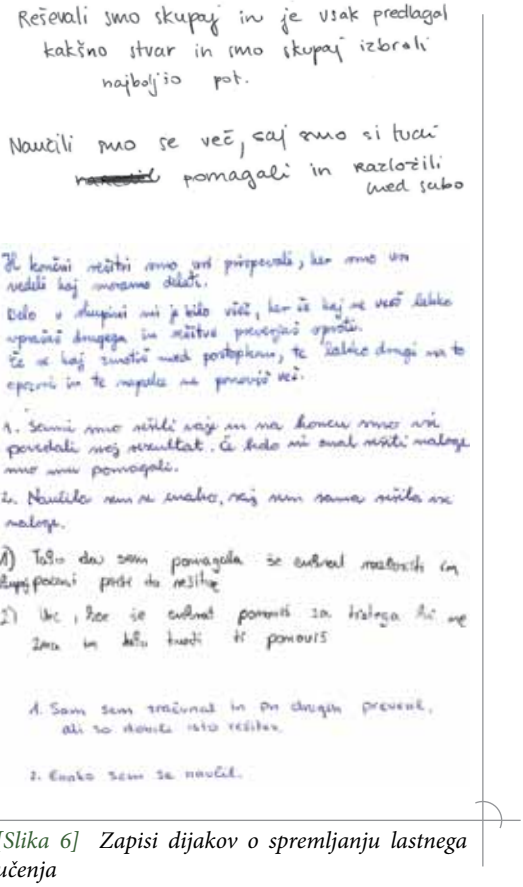
3. Dani sta elipsa $4x^2 + y^2 - 16x + 2y + 1 = 0$ in premica $y - 2x + 1 = 0$
   a. Izračunaj presečišča med elipso in premico.
   b. Izračunaj dolžino tetive, ki jo premica odreže od elipse.

[Priloga 1] Naloge za delo po skupinah (Vir: RIC, Naloge iz splošne mature 2012, OR)

Po reševanju sem dijakom zastavila vprašanji:

Koliko si ti pomagal, da ste prišli do končne rešitve? Ali si se v skupini naučil več ali manj, kot če bi delal sam?

Z vprašanji sem skušala dijake usmeriti v razmišljanje o svojem učenju. Prilagam nekaj mnenj (Slika 6).


Reševali smo skupaj in je vsak predlagal kakšno stvar in smo skupaj izbrali najboljšo pot.

Naučili smo se več, saj smo si tudi pomagali in razložili med sabo

Ob končni rešitvi smo vsi prispevali, ker smo vsi vedeli kaj moramo delati.
Delo v skupini mi je bilo všeč, ker je kaj se več lahko vprašati drugega in rešitve primerjati oprosti.
Če se kaj zmotiš med postopkom, te lahko drugi na to opozori in te napake ne ponoviš več.

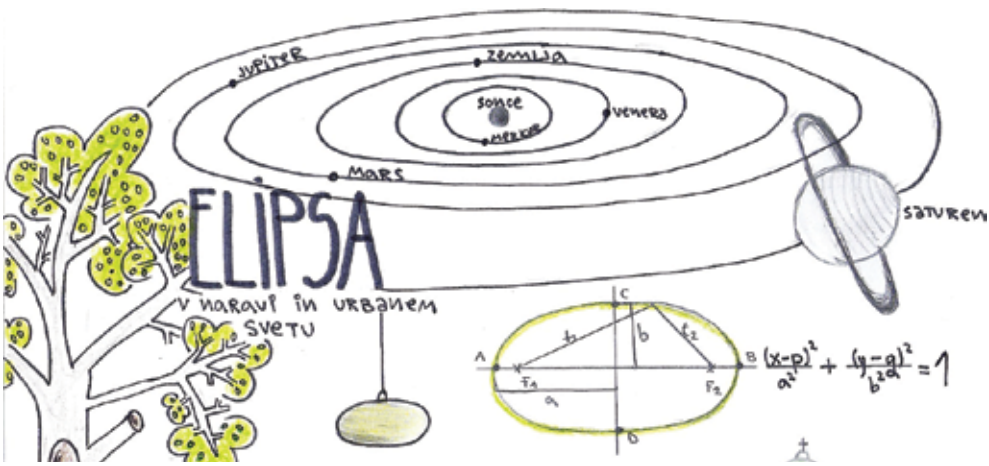
1. Sami smo rešili naloge in na koncu smo vsi povedali svoj rezultat. Če kdo ni znal rešiti naloge smo mu pomagali.
2. Naučila sem se marsikaj, saj sem sama rešila vse naloge.

1) Tako da sem pomagala se enkrat malo bolj in drugi pocasi prisli do resitve
2) Ne, kce je enkrat pomoci za kakega ki ne zna in bolu kuzi ti pomoris

1. Sam sem izračunal in po drugem prevzel, ali so dobili isto rešitev.

2. Enako sem se naučil.

[Slika 6] Zapisi dijakov o spremljanju lastnega učenja



[Priloga slika 7] Miselni vzorec – delo dijakinje

Učenje strategije izdelave miselnega vzorca

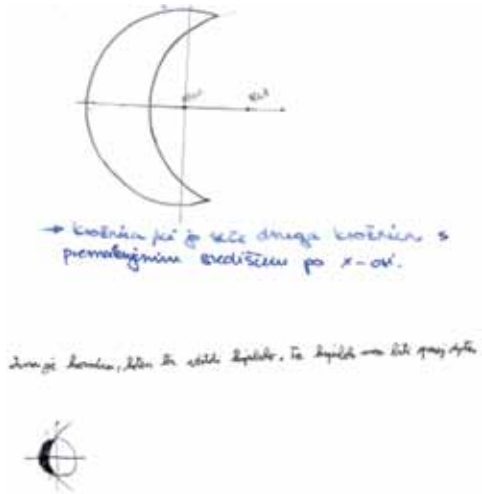
Kot sem povedala že v uvodu, redno uporabljam to strategijo ob koncu obravnave posameznih sklopov. Tokrat so dijaki doma samostojno s pomočjo spleta naredili miselni vzorec na temo Elipsa v naravi in urbanem svetu. Prilagam izdelek ene izmed učenk. (Glej prilogo slika 7)

Omogočanje učenja problemskih znanj

Dijakom sem zastavila problemsko nalogo:

> Kakšne oblike je lunin krajec (srp pred prvim krajcem)?

Prilagam dve nepravilni rešitvi (Slika 8), pravilnih pa tokrat ni bilo.



[Slika 8] Nepravilni rešitvi o obliki luninega krajca

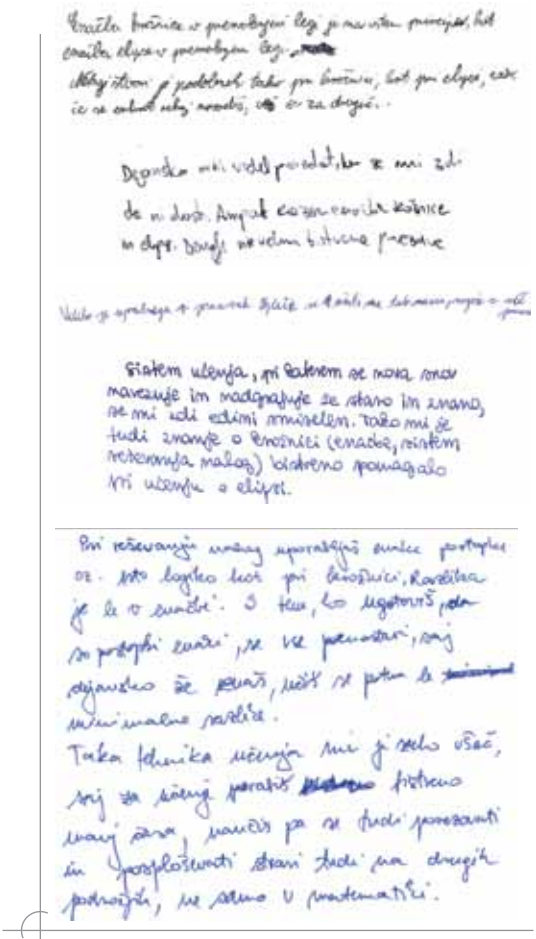
Po učenju

Usmerjanje v refleksijo o svojem učenju

Ob koncu sklopa Elipsa sem dijake povabila, da zapišejo svoje mnenje o učenju v tem sklopu:

> Katera znanja o krožnici so ti pomagala pri učenju o elipsi? Kako ti je všeč ta pristop, ko izhajamo iz tega, kar že vemo?

Izbrala sem nekaj razmišljanj, ki kažejo na velike razlike med dijaki (Slika 9).



Sistem učenja, pri katerem se nova znanja navezuje in nadgrajuje ze staro in znano, se mi zdi edini smiselen. Tako mi je tudi znanje o enačbi (enačbe, sistem reševanja nalog) izdatno pomagalo tri učenju o elipsi.

Pri reševanju nekaj zapletenih enačb postopka sz. sta bolj kot pri linearni, razlika je le v enačbi. S tem, ko ugotovim, da so postopki enaki, se ne prestrašim, saj objektivno že poznam, nič se potem le minimalno razlike.

Taka tehnika učenja mi je zelo všeč, saj za učenje porabim bistveno manj časa, naučim pa se tudi povezovati in posploševati stvari tudi na drugih področjih, ne samo v matematiki.

[Slika 9] Razmišljanja dijakov o njihovem učenju

δ Sklep

Vključevanje kompetenc učenja učenja v redni pouk se mi zdi smiselno, ker učitelj več pozornosti namenja motivaciji dijakov za učenje, dijaki se ob učenju vsebin učijo strategij učenja, ki jih bodo lahko uporabili tudi v drugih primerih, pa tudi, ker dijakom omogoča načrtovanje in spremljanje lastnega učenja. Vendar pa sistematično delo na tem področju zahteva veliko napora od učitelja. Meni je bilo najzahtevnejše, kako oblikovati primerna vprašanja. S tem načinom pa dobimo dodatni vpogled v to, kako dijak napreduje v znanju, kako povezuje znanja med seboj in kakšna so njegova stališča o učenju. Tudi drugim učiteljem priporočam, da poskusijo s tem načinom in naj vključujejo kompetence učenje učenja v svoj pouk.

ε Viri in literatura:

1. Pečjak, S.: *Kompetence »učenje učenja«* Gradivo v spletni učilnici Učenje učenja, dostopno na http://skupnost.sio.si/course/view.php?id=5776
2. Vesel, J.: *Vrste učnih strategij* Gradivo v spletni učilnici Učenje učenja, dostopno na http://skupnost.sio.si/course/view.php?id=5776
3. Vesel, J.: *Kaj so učne strategije?* Gradivo v spletni učilnici Učenje učenja, dostopno na http://skupnost.sio.si/course/view.php?id=5776

Analiza fotografije kot primer realistične matematike

An analysis of photography as an example of realistic mathematics

Tine Golež
Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana

Med prenosom finalne tekme svetovnega prvenstva smo v 51. minuti srečanja na zaslonu videli kip Jezusa, ki je prepoznavni znak Rio de Janeira (Slika 1):

[Slika 1] Režiser je pozornost le za nekaj sekund preusmeril od tekme.

Ker me nogomet ne prevzame tako, da ne bi v malih možganih razmišljal še o čem drugem, se mi je takoj utrnila misel; pravzaprav več vprašanj. Ali lahko izračunam, kako daleč je bila kamera? Ali lahko vsaj približno ugotovim, kje na krožnici, ki jo določa oddaljenost, je stala? Kaj lahko povem o teleobjektivu? In že se je nadaljevala tekma …

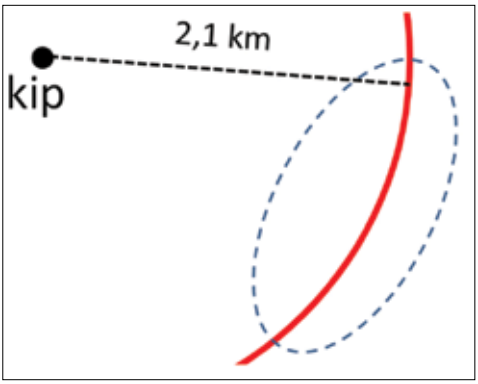
Misli so zorele v spanju in morda so bile ravno matematično-geografsko-astronomske muze krive, da sem prav zgodaj naslednje jutro vstal. Najprej sem z »ogledom nazaj« v posnetku poiskal sliko s soncem v ozadju. Potem sem pogledal, kaj splet ve o kipu. Menda je visok (brez podstavka) 30 metrov. Na sliki, ki ta kip prikazuje v celoti, sem lahko ugotovil, da je od vrha glave do točke, ki je na prvi sliki označena z rdečo, 10 metrov. Hitro ocenimo, da bi bil polmer kroga, ki bi bil prilepljen na kip in bi ravno »zakril« sonce, 10 metrov. Zato zapišemo:

polmer Sonca : oddaljenost Sonca = polmer kroga : oddaljenost kroga

Oddaljenos kroga je seveda kar oddaljenost kipa. Zapišimo še s simboli:

$$d_k = \frac{r_k d_s}{r_r}$$

Indeks k predstavlja krog, S Sonce, d je oddaljenost in r polmer. Ker poznamo podatke o Soncu in tudi polmer kroga, izračunamo, da je oddaljenost kroga in s tem kipa okoli 2,1 km. Sedaj na zemljevidu narišimo krožnico s polmerom 2,1 km in središčem v točki, kjer je kip, Slika 2.



[Slika 2] Vse to seveda narišemo na zemljevidu Rio de Janeira.

Sedaj se bralec vpraša, zakaj smo izbrali le majhen del krožnice. Kip je tam, kjer je črni krožec (zgoraj levo). Tam je tudi središče krožnice. Kamera pa je bila nekje tam, na majhnem loku celotne krožnice, ki je obkrožen z elipso. To seveda storimo na zemljevidu Ria, ki ga zaradi težav z avtorskimi pravicami tu ne moremo objaviti, zato je risba brez podlage, brez zemljevida.

Pa razkrijmo še to skrivnost. Šlo je za direktni prenos. Pri nas je bila v trenutku, ko so pokazali kip med tekmo, ura 22.10. Po sončnem času je to 21.10. Slovenija leži na takem mestu, da je sončno poldne dokaj blizu srednjeevropskemu času. Zato lahko rečemo, da je sončni čas pri nas bil 21.10. In koliko je bil sončni čas v Riu? To mesto leži 43 stopinj zahodno, medtem ko smo mi (čez palec) 15 stopinj vzhodno od Greenwicha. To je skupaj 58 stopinj razlike. V 24 urah se Zemlja zavrti za 360°, za 58° pa zato porabi malo manj kot 4 ure. To pomeni, da je bila tam ura nekako 17.30. Sonce je na zahodu ob 18. uri (po sončevem času), zato Sonce še ni bilo čisto na zahodu, ampak še malo proti … severu, saj gre za južno poloblo. To pa pomeni, da je bila kamera vzhodno in le malo proti jugu glede na kip. Prav zato je izbran le majhen del krožnice.

Sedaj si bolj podrobno oglejmo zemljevid. Na križišču ulic Grandeza in Barreto, ki je blizu tistega dela krožnice, ki je obkrožen z elipso, sta dve visoki stolpnici.

Na koncu se še vprašajmo, kako »močan« teleobjektiv so morali uporabiti. To izrazimo kar v starih goriščnih razdaljah objektivov. Tam je bila širina filma 35 *mm*. Vidimo, da bi na prvi sliki morali postaviti kar tri sonca v vrsto, da bi prekrili celotno dolžino. To pomeni, da je slika sonca velika (na takem

filmu) 12 milimetrov. In že je pred nami enačba, saj gre za dva podobna trikotnika:

premer Sonca : oddaljenost Sonca = premer Sonca na filmu : goriščna razdalja

kar da za goriščno razdaljo okoli 1300 *mm*. To je pa za profesionalce povsem dosegljiva oprema … če niso uporabili morda še digitalnega zuma … (Kadar je predmet vsaj okoli 100 goriščnih razdalj oddaljen od aparata, lahko privzamemo, da je razdalja med lečo in filmom kar enaka goriščni razdalji.)

α Epilog

Obstaja velika verjetnost, da je bila kamera tam, kot predvideva ta članek. Seveda pa so mediji mojstri manipulacije. Morda so imeli ta posnetek »na zalogi« in so se odločili, da ga bodo v primeru lepega vremena (drugače bi jih gledalci takoj razkrinkali) vrinili med prenos tekme. Pa saj vse to ni pomembno! Bistveno je, da smo pokazali, kako lahko ena sama slika postane naloga realistične matematike in prvovrstna zabava za tiste, ki uživamo tako v sestavljanju kot v reševanju nestandardnih nalog.

Razmišljanja o Močniku in njegovih načelih

Reflections on Močnik and his principles

Milan Hladnik

»Narod, ki ne časti svojih slavnih mož,
ni vreden, da se mu rode.«
(Anton Martin Slomšek)

Σ Povzetek

Dvestoletnica rojstva dr. Franca Močnika je priložnost za razmislek o njegovem odnosu do izobraževanja in dela. Kot je dobro znano, so Močnikova poglavitna dediščina učbeniki matematike za vse vrste osnovnih in srednjih šol. Razlogi za njihovo uspešnost pa se skrivajo v avtorjevi strokovni usposobljenosti in pedagoškem daru, v trdem delu in v ljubezni do poklica. Po njegovih načelih, povzetih v življenjski moto Virtute et opera, bi se lahko ravnali tudi danes.

Ključne besede: Močnik, matematik, pedagog, učbeniki, načela

»A nation which does not honour its famous men is not
worthy of bearing them.«
(Anton Martin Slomšek)

Σ Abstract

The bicentenary of the birth of dr. Franc Močnik presents an opportunity to reflect on his approach to education and work. As it is well known, Močnik's main legacy is his mathematical textbooks for all types of primary and secondary schools. The reason for their success is the author's professional competence

and pedagogical talent, and above all his hard work and love for the profession. We would do well even today to adhere to the principles outlined in his life motto: Virtuti et opera.

Keywords: *Močnik, mathematician, teacher, textbooks, principles*

O Francu Močniku, matematiku in pedagogu, piscu matematičnih učbenikov in pomembnemu slovenskemu šolniku, je bilo že veliko napisanega, tudi v tej reviji (glej npr. [1], [2], [3]), zato se ob 200-letnici njegovega rojstva v naslednjih vrsticah bolj kot na faktografski opis življenja in službovanja raje osredotočimo na razmislek o njegovem odnosu do izobraževanja in dela.

Močnik se je zelo zgodaj zavedel svojega pravega poslanstva. V gimnaziji in na liceju je imel srečo s svojimi učitelji, ki so mu poleg klasične izobrazbe nudili tudi nove, sodobnejše poglede na vlogo izobraževanja v razvoju družbe in posebej na pouk matematike, ki je bil do tedaj nasploh v dokaj žalostnem stanju. Pouk je bil namreč precej omejen na mehansko učenje splošnih pravil in številnih konkretnih dejstev, na nenehno ponavljanje formul in obrazcev itd. Najbolj je nanj gotovo vplival licejski profesor matematike Leopold Karl Schulz von Strassnitzki (1803–1852), ki je vnesel v takratno provincialno ljubljansko okolje s svežimi pedagoškimi prijemi povsem novo perspektivo in je bil, po vseh virih sodeč, med svojim sedemletnim bivanjem v Ljubljani zelo priljubljen med šolsko mladino, med takratnimi slovenskimi izobraženci in tudi v širši javnosti. Svojim dijakom je znal matematiko prikazati kot zanimiv in praktično uporaben predmet. Spodbujal jih je k samostojnemu delu, k duhovnim radostim odkrivanja vsega novega in nanje prenašal svojo gorečo vedoželjnost do znanosti. S humorjem, s svojo človeško toplino in s prijaznostjo si je pridobil njihovo naklonjenost.

Pogosto pusti kak učitelj pri učencu globoko sled, ki ga zaznamuje za vse življenje. In marsikateri uspešni matematik tako nosi v sebi pečat kakega svojega izjemnega učitelja matematike. Prav to se je najbrž zgodilo z Močnikom med šolanjem. Matematika ga je v gimnazijskih letih po učiteljevi zaslugi tako pritegnila, da misli nanjo ni opustil niti med svojim poznejšim študijem bogoslovja. Spoznanja, načela in vzorce vedenja, ki si jih je pridobil od Schulza, je v dobršni meri pozneje kot učitelj in profesor tudi sam skušal slediti in uresničevati.

Po končanem bogoslovnem študiju je kaj hitro opustil misel na duhovniški poklic in se zaposlil kot učitelj 4. razreda goriške normalke. V tej vlogi je deset let pridobival neposredne izkušnje dela v razredu. Vendar je v sebi čutil moč, da lahko na pedagoškem področju stori še mnogo več. Ob študiju matematike na graški univerzi je v začetku 40. let 19. stoletja napisal in izdal prve metodične knjižice za začetni pouk matematike. Vzporedno s tem je sestavil načrt za izboljšanje dotedanjih računic, ki ga je dvorna študijska komisija leta 1844 odobrila. V skladu z njim je že pred letom 1850 napisal prve učbenike matematike za vse vrste ljudskih šol, od podeželskih do mestnih in nadaljevanjih. Vključil se je tudi v prizadevanja za izboljšanje pouka v srednjih šolah in si naložil breme napisati nove, boljše učbenike za matematiko v gimnazijah in realkah. Pozneje je svoje knjige priredil tudi za pouk na obrtnih, meščanskih in trgovskih šolah ter za učiteljišča, obenem pa je prvotne učbenike

dopolnil glede na potrebe nove, osemletne osnovne šole.

Razvil se je v izvrstnega metodika matematike. Postavil je temelje računskemu opismenjevanju najmlajših, razvil in utrdil je računske postopke (npr. trostavek, tj. sklepni račun, algoritme za seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje »peš«, za kvadriranje daljših izrazov in za računanje kvadratnih korenov itd.), ki so potem veljali in bili v šolah uporabljani več kot sto let, vse do najnovejše računalniške dobe. Matematika je v šolskem kurikulu na vseh stopnjah izobraževanja dobila mesto, ki ji gre. Dobro je znano, da so se njegove metode poučevanja matematike v drugi polovici 19. stoletja tako zelo uveljavile, da so jih v svoj kulturni in miselni svet prevzeli tudi ne-nemški narodi avstro-ogrske monarhije ter srednje in jugovzhodne Evrope. Množično so tiskali njegove učbenike, ki so bili vsi pisani v nemščini, in jih prevajali v slovenščino in v številne druge jezike. Ker je z njimi postal tako uspešna in uveljavljena blagovna znamka, so jih tudi še potem, ko so jih že predelovali v skladu z novejšimi učnimi programi, ponatiskovali z njegovim imenom na platnicah. S svojimi matematičnimi knjigami si je postavil trajen spomenik.

Zakaj je bil Močnik s svojimi učbeniki tako uspešen? Navsezadnje tudi takrat ni manjkalo drugih avstrijskih matematikov, pedagogov in piscev učbenikov matematike. Peter Legiša, dober poznavalec Močnikovega dela, navaja v [4] za to tri razloge:

- Prvič, bil je najprej dober matematik in hkrati dober pedagog.
- Drugič, bil je pripravljen trdo in veliko delati.
- Tretjič, svoj poklic je ljubil z vsem svojim žarom.

Podobno ugotavljajo tudi tuji raziskovalci Močnikovega dela. V enem zadnjih zapisov o njem [5] lahko npr. beremo, da »si pouka matematike ne moremo zamisliti brez dobrih učbenikov, brez dobre metodične pripravljenosti učitelja in brez njegove navdušenosti za poučevanje. Dr. Franc Močnik, avtor desetin učbenikov, izkušeni in predani pedagog, matematik in vodilna osebnost poučevanja

1814	1. oktobra rojen v Cerknem
1820–1821	Trivialka v Cerknem
1821–1824	Ljudska šola v Idriji
1824–1832	Gimnazija in licej v Ljubljani
1832–1836	Bogoslovje v Gorici
1840	Doktoriral iz filozofije na univerzi v Gradcu
1836–1846	Učitelj na goriški normalki
1846–1849	Profesor elementarne matematike in trgovskega računstva na tehniški akademiji v Lvovu
1849–1851	Profesor matematike na vseučilišču v Olomucu
1851–1860	Šolski svetnik in nadzornik ljudskih šol v Ljubljani
1861–1869	Šolski svetnik in nadzornik ljudskih šol in realk v Gradcu
1869–1871	Deželni šolski nadzornik prve stopnje za Štajersko
1871	Upokojen
1892	30. novembra umre v Gradcu

Osnovni življenjski podatki Franca Močnika

matematike v drugi polovici 19. stoletja, je v veliki meri izpolnjeval vse te tri pogoje.«

Zapisanih trditev ni težko utemeljiti. Močnik je bil verjetno res precej boljši matematik od svojih konkurentov med avtorji učbenikov, teoretično in praktično bolje podkovan. Ne pozabimo, da je spomladi leta 1839 na univerzi v Gradcu opravil izpite iz čiste in uporabne matematike ter iz fizike. Čez poletje je po Cauchyjevem zgledu napisal teoretično razpravo o numeričnem reševanju algebraičnih enačb, aprila naslednjega leta pa je doktoriral iz filozofije. Pri uveljavljanju svojih pogledov na pouk matematike so mu pomagale tudi neposredne pedagoške izkušnje, ki si jih je pridobil med učiteljevanjem na goriški normalki. Obenem je imel naravni talent za razlago in smisel za to, kaj je bolj in kaj manj pomembno. V svojem prizadevanju je bil izredno praktičen: vedel je, kaj hoče doseči, matematiko je povezal z življenjem. Za svoje računice in geometrijske učbenike je izbiral zelo uporabne naloge, s čimer je učence veliko bolj motiviral kot z golim matematičnim formalizmom in abstraktnimi formulami.

Kar se delavnosti tiče, ni puščal nikakršnega dvoma. Poleg redne profesure oziroma nadzorniške službe je napisal za takratne in tudi za današnje pojme neverjetno veliko učbenikov in drugih knjig (po Povšiču [6] skupaj 75 različnih naslovov brez številnih ponatisov in poznejših predelav). Že samo to ga uvršča na častno, po vsej verjetnosti prvo mesto med našimi strokovnimi pisci, morda kar med vsemi. Pri pisanju učbenikov je nemalokrat oral ledino, ker jih je moral sestaviti po sprejetih novih učnih programih za nove vrste šol. Večkrat jih je sam popravljal, dopolnjeval in prilagajal novim učnim načrtom. Pozneje so to delali drugi.

Da je svoj poklic ljubil in se mu posvečal z vso predanostjo, pa vemo iz njegovih osebnih pisem prijateljem, iz njegovih nastopov pred učitelji in iz nekaterih njegovih uradnih dopisov. Ne nazadnje se to čuti tudi iz njegovih učbenikov, kakor hitro se z njimi pobližje seznanimo. Ni se ustrašil številnih težav in ni izgubljal časa. Prepričan o svojem prav je odločno zagovarjal svoja stališča in načela pred kritiki in tudi pred šolskimi oblastmi, po drugi strani pa je bil pripravljen tudi upoštevati upravičena nasprotna mnenja. Bil je na strani ne samo pravice, ampak tudi resnice.

Močnikove odlike in tudi njegova načela so taka, da lahko skoraj v vsakem pogledu tudi še po sto petdesetih letih prestanejo preskus časa. Tudi z omenjenimi razlogi Močnikovega uspeha se lahko še vedno strinjamo. Strokovna in pedagoška usposobljenost hodita pri dobrem učitelju z roko v roki: eno ne more brez drugega. Gotovo je stroka na prvem mestu: kaj pomaga še tako briljantno verbalno podajanje snovi, če osnovni matematični pojmi niso razčiščeni in prav razumljeni. In obratno, kaj pomaga še taka učenost, če z njo ne znamo prepričati drugih. Še tako velika koncentracija znanja pri posamezniku se ne bo prenesla na mlade generacije, ki bodo morale vse odkrivati znova.

Da brez vloženega dela ne more biti dobrih in trajnih rezultatov, bi moralo biti samo po sebi umevno, kot je bilo v Močnikovih časih. To danes v težnji po hitrem uspehu preveč pozabljamo, iščemo bližnjice do cilja in se ne držimo Flaubertove izreke, da »uspeh ne sme biti cilj, ampak le posledica« (namreč posameznikovega ali skupinskega dela). Naša družba in tudi šola bi lahko to načelo bolje udejanjala.

In ljubezen do poklica. Kot pravi Tolstoj, »skrivnost ni v tem, da delamo tisto, kar

Strokovni pomen:

- Vodilni avstrijski pisec učbenikov matematike za osnovne in srednje šole v drugi polovici 19. stoletja.
- Pomemben avstrijski pedagog matematične stroke v 19. stoletju:
  - ugledni učitelj oziroma profesor matematike,
  - uveljavljeni metodik matematike,
  - prizadevni reformator poučevanja matematike za osnovne šole.

Narodni pomen:

- Prvi vidnejši Slovenec, ki se je ukvarjal samo z matematiko, pri čemer je:
  - s svojimi učbeniki razširil matematično znanje med Slovenci,
  - učil matematiko tudi druge srednjeevropske in balkanske narode,
  - postal prvi slovenski metodik matematike.
- Avtor strokovnih knjig, ki je do danes:
  - eden najplodovitejših slovenskih piscev sploh (ne glede na stroko),
  - verjetno najbolj prevajani (sicer v nemščini pišoči) slovenski avtor.
- Pomemben slovenski šolnik, ki je zaslužen za:
  - ustanavljanje šol,
  - izobraževanje učiteljev,
  - izboljšanje materialnega položaja učiteljev,
  - uvajanje slovenskega pouka v osnovne šole.

Pomen Franca Močnika

imamo radi, ampak da imamo radi tisto, kar delamo.« Ta Tolstojeva misel se zdi danes še posebej aktualna. Najbrž vsak od nas pozna veliko ljudi, ki so povsem predani svojemu delu, po drugi strani pa tudi mnoge, ki svoj poklic opravljajo z odporom (seveda niso vedno za to sami krivi) ali pa zgolj hodijo v službo, svoje obveznosti pa jemljejo le z levo roko. Prav Močnik bi lahko bil nam vsem, posebno pa mladim, ki si šele iščejo svoje mesto v družbi, dober zgled za to, kako pomembna je ljubezen do lastnega poklica za uspešno in osrečujoči poklicno pot.

Močnik je namreč svoje delo na šolskem polju vsekakor vzel zelo zares. V celoti se je zavedal pomena izobraževanja, še zlasti matematike, ne samo za osebni razvoj mladega človeka, ampak tudi v širšem smislu za (takratno) družbo, tj. za napredek srednjega razreda in celotne države, za njeno učinkovito upravo in, ne nazadnje, tudi za slovenski narod kot del (tedanje) večnacionalne skupnosti.

Za svoje delo na šolskem področju je bil nagrajen in povišan v viteza. V začetku tega tisočletja je bil v občinskem arhivu v Cerknem odkrit Močnikov grb; v *Matematiki v šoli* ga je pred desetimi leti objavil Marko Razpet (glej [7]). Grb nosi podnapis *Virtute et opera* (*Z vrlino in delom*), kar verjetno najbolje in na najkrajši možni način povzema bistvo Močnikovega življenjskega načela.

Latinska beseda *virtus* namreč lahko poleg vrline pomeni tudi moč (sposobnost, da

nekaj naredimo), *opera* pa delo (prizadevanje). To pa je ravno tisto, kar daje temelj vsakemu trajnemu uspehu. Sposobnosti, strokovnosti in znanju ter seveda predanemu delu bi morali vrniti njihov prvotni pomen, strokovnjakom na vsakem področju posebej pa zagotoviti veljavo, kot jim gre – ampak šele potem, ko s svojim delom potrdijo in dokažejo svoje sposobnosti. To je vedel že umirjeni Bleiweis, ki je sicer Močnika ves čas cenil in podpiral. Zato ga leta 1851 ob imenovanju za šolskega svetovalca in nadzornika ni hotel v svojih *Novicah* javno hvaliti, preden se ne izkaže na svojem novem delovnem mestu (glej [9]). Močnik je seveda pozneje s svojim delom vsa visoka pričakovanja prijateljev in podpornikov več kot upravičil.

Slomškovemu ostremu mnenju z začetka tega sestavka velja na koncu dodati naslednjo misel:

Ni dovolj, da slavne može le častimo, treba se je od njih kaj naučiti in ravnati po njihovih vzorih. Močnikovi pogledi na izobraževanje in na delo v korist skupnosti ter njegova pedagoška in splošno človeška načela so namreč skoraj vsa po vrsti aktualna še danes.

α Viri in literatura:

1. M. Hladnik, *Franc Močnik, matematik in pedagog,* Matematika v šoli 1 (1992/93) št. 2, 1–4.
2. *Spominsko obeležje dr. Francu vitezu Močniku v šolskem muzeju*, Matematika v šoli 4 (1996) št. 4, Novice, odmevi 250–253.
3. Z. Perat, *Matematični piskrček za porajajoči prvi razred osnovne šole, Matematika na razredni stopnji osnovne šole v luči mednarodnih raziskav,* Matematika v šoli 3 (1995) št. 1, 2–17.
4. P. Legiša, *Časovno odmaknjen zgled in danes aktualni nauki, Franc Močnik – pisec za sto let,* Naši razgledi 33 (1984) št. 19 (786), str. 547.
5. T. Lengyelfalusy, D. Lengyelfalusyová, *Učebnica, z ktorej je radost študovat matematiku*, Acta Mathematica 14 (Faculty of natural sciences, Constantine the Philosopher University Nitra), str. 137–142.
6. J. Povšič, *Bibliografija Franca Močnika*, SAZU, Ljubljana 1966.
7. M. Razpet, *Grb viteza dr. Franca Močnika*, Matematika v šoli 11 (2004) št. 3/4, 194–195.
8. P. Butkovič, *Pisma iz Bleiweisove dobe*, Čas 1914, str. 139.

Letna srečanja osnovnošolskih in srednješolskih učiteljev matematike na Gimnaziji Velenje

Consolidating Knowledge of Mathematical Operations with Computer Games

Sonja France
Šolski center Velenje,
Gimnazija

Σ Povzetek

V prispevku so predstavljeni razlogi za vpeljavo letnih srečanj med osnovnošolskimi in srednješolskimi učitelji matematike na naši šoli, opisana je pot, ki smo jo skupaj prehodili v petih letih, na koncu pa so dodana mnenja nekaterih sodelujočih šol.

Ključne besede: matematika, srečanja učiteljev, gimnazija, osnovna šola

Σ Abstract

The paper presents the reasons for the introduction of annual meetings between primary and secondary school mathematics teachers at our school. We give a description of the path that we have travelled together in our five years together, with additional opinions of some of the participating schools added at the end.

Keywords: *mathematics, meeting of teachers, gymnasium, elementary school*

α Zakaj smo se odločili za skupna srečanja?

Že pred leti smo uvedli pisno preverjanje znanja matematike ob vstopu dijakov v prvi letnik gimnazije. Učitelji smo pregledali nekaj testov z nacionalnega preverjanja znanja in sestavili test s podobnimi primeri. Ta test so pisali naši prvošolci v prvih dneh septembra. Z dijaki snovi nismo nič ponavljali, tudi vnaprej jim nismo povedali, da jih čaka test. Rezultati preverjanja so bili za nas pravo presenečenje, žal ne v pozitivnem smislu. Dijaki so zelo slabo poznali formule iz geometrije, zatikalo se je tudi pri osnovnem računanju.

Ko smo iskali vzroke za tako stanje, se nam je zdelo smiselno, da se o tem pogovorimo z učitelji matematike tistih osnovnih šol, iz katerih prihajajo dijaki na našo šolo. Nismo dvomili o kakovosti dela učiteljev v osnovni šoli, želeli smo le bolje spoznati njihov način dela, in razumeti, zakaj so bili rezultati preverjanja tako slabi.

β Vsebina skupnih srečanj

Ko smo poslali vabilo za prvo srečanje maja leta 2010, nas je malo skrbelo, kakšen bo odziv. Tokrat smo bili pozitivno presenečeni, saj se nas je zbralo več kot 20 učiteljev iz osnovnih šol in srednjih šol Šolskega centra Velenje.

Zdaj se redno dobivamo enkrat letno, po navadi v začetku februarja. Obisk osnovnošolskih učiteljev je dober, vsebine srečanj pa so se razvijale v pogovore o delu z učenci, bodočimi gimnazijci, zato smo od srednješolskih učiteljev večinoma prisotni le tisti, ki poučujemo na gimnaziji. Vedno je na srečanju tudi ravnatelj gimnazije, ki ni matematik, a srečanja zelo podpira.

Naši prvi pogovori so bili namenjeni spoznavanju dela pri matematiki v osnovni šoli: nivojski pouk, delo v heterogenih skupinah, načini preverjanja in ocenjevanja znanja, domače naloge, poznavanje formul. Pri izboru tem so nam bili v pomoč rezultati ankete, ki

[Fotografija 1] Naše peto letno srečanje v februarju 2014

jo matematiki na gimnaziji naredimo med dijaki ob koncu prvega letnika, v njej pa zbiramo mnenja o preverjanju in ocenjevanju znanja ter o domačih nalogah tako v osnovni šoli kot v prvem letniku gimnazije. Tam smo našli nekatere šibke točke, ki smo jih ob izjemni pripravljenosti učiteljev matematike v osnovnih šolah spremenili v izzive, pozitivni učinki se že kažejo. Na gimnazijo je prihajalo čedalje več dijakov, ki niso poznali osnovnih formul iz geometrije, zdaj pa se jih morajo naučiti že v osnovni šoli. Učitelji prav tako vztrajno pregledujejo domače naloge, čeprav so zaradi izgovorov učencev (in staršev) večkrat že skoraj obupali. Preverjanja pred pisnimi ocenjevanji v OŠ niso več tako podobna ocenjevanjem, kot je bilo to pred leti, dijaki pa so ob vstopu v gimnazijo doživeli pravi šok, ker je bilo pri nas drugače. Vsi ti »ukrepi« v osnovnih šolah so pripomogli, da se je vsaj malo zmanjšal strah pred gimnazijsko matematiko na prehodu iz osnovne v srednjo šolo, izboljšujejo se delovne navade prvošolcev, manj težav je s poznavanjem formul.

Vsi skupaj se srečujemo z velikim problemom pozabljanja naučenega. Tudi na tem področju smo poskusili naše ugotovitve praktično preveriti, zato smo skupaj pripravili pisno preverjanje znanja. Devetošolci, ki se nameravajo vpisati na gimnazijo, ga pišejo v maju na osnovni šoli, isti test potem pišejo še v prvih dneh septembra kot prvošolci na gimnaziji. Na naših letnih srečanjih primerjamo dosežke in ugotavljamo, kaj so dijaki pozabili med počitnicami, kje vidimo njihove šibke točke in kaj bi bilo treba v osnovni šoli še bolj poudariti. Tudi tu se že kažejo pozitivni učinki naših pogovorov, saj se povprečno število doseženih točk pri vseh nalogah pri pisanju testa v gimnaziji počasi povečuje.

V teh letih, ko se redno srečujemo, smo v neformalnih medsebojnih pogovorih gimnazijski učitelji večkrat dobili koristne namige, kako konkretne dijake, ki se v prvem letniku še niso dobro znašli, spodbuditi, da bodo uspešni. Z velikim veseljem tudi mi damo povratno informacijo na osnovne šole o uspehih dijakov pri pouku in na tekmovanjih.

γ Mnenja osnovnošolskih učiteljev o skupnih srečanjih

Kako pa naša srečanja vidijo učitelji v osnovnih šolah? Zapisali so nekaj mnenj:

- *OŠ Livada:* Srečanja so nam zelo všeč, iz leta v leto bolj, kajti prva leta smo se jih kar malo bale. Želimo, da se še v prihodnje videvamo in skupaj rešimo še kakšen problemček in se še bolj približamo v razmišljanju in najdemo čim več skupnih poti. Bi pa želeli, da se v prihodnosti pridružijo tudi profesorji drugih srednjih šol ali pa vsaj kakšen predstavnik.
- *OŠ Šalek:* Sodelovanje s profesorji gimnazije je za nas neposredna informacija o njihovih zahtevah in pričakovanjih, prav tako nam je pomembna informacija o delu in uspehu naših bivših učencev. Vse nam zelo koristi za načrtovanje našega pedagoškega dela. Tako veliko lažje in uspešneje načrtujemo ukrepe za še boljše prilagajanje na srednješolski sistem dela.
- *OŠ Antona Aškerca:* Srečanje z gimnazijskimi profesorji nam veliko pomeni, saj na njih izmenjujemo izkušnje pri poučevanju matematike v osnovni šoli in v gimnaziji. Vsako leto pridobimo povratne informacije o uspehih naših učencev. Še posebej smo veseli dijakov, ki so uspešni pri pouku in tudi na tekmovanjih.

Srečanja so nas zbližala s srednješolskimi profesorji, ki zedaj nekoliko bolj razumejo naše delo in razloge za morebitne neuspehe dijakov.

- *OŠ Karla Destovnika – Kajuha, Šoštanj:* Skupne sestanke smo sprejeli z odprtimi rokami. Na ta način smo vzpostavili vez med osnovno šolo in gimnazijo, ki je bila nujno potrebna, ker smo učitelji matematike iz osnovnih šol v pogovoru z gimnazijskimi učitelji izvedeli, na katerih področjih matematike zaznavajo primanjkljaje pri znanju učencev, obratno pa so gimnazijski učitelji dobili podatke, kaj vse obdelamo pri matematiki v osnovnih šolah in kako močen je dejavnik pozabljanja pridobljenega znanja. Velikokrat učenci pri pouku matematike v srednji šoli za večino snovi, ki so jo pozabili, uporabijo izgovor, da tega v osnovni šoli sploh niso delali. Skupaj smo sestavili kontrolni preizkus znanja, ki ga rešujejo učenci konec devetega razreda in na začetku prvega letnika. Na skupnih sestankih smo primerjali rezultate rešenih preizkusov. Naredili smo tudi primerjavo zaključne ocene v devetem razredu, zaključnih ocen posameznega letnika v gimnaziji in opravljene mature pri predmetu matematika. S tem smo dobili celostno podobo razvoja znanja otrok pri predmetu matematika med osnovnošolskim in srednješolskim izobraževanjem.

δ Za konec

Naša srečanja so pomembna in nepogrešljiva še iz dveh razlogov. Prvi je ta, da se na takem sproščenem druženju marsikdaj porodi še kaka dobra ideja za okrepitev sodelovanja. Drugi, še pomembnejši razlog pa je, da drug drugega spodbujamo, da se splača vztrajati pri neki ravni znanja, četudi je na trenutke zelo težko.

Morda bo zapisano spodbudilo še koga, da naveže stik z učitelji iz osnovnih šol. Pri nas so letos začeli srečanja tudi učitelji tujih jezikov in slovenisti.

Z najboljšimi učenci in dijaki ter njihovimi mentorji s tekmovanj iz matematike – BISTROUMI 2014

With the best learners, pupils and their mentors from competitions in mathematics – INGENIOUS 2014

Jerneja Bone
Zavod RS za šolstvo

α Prireditev BISTROUMI 2014

Preddverje pred Linhartovo dvorano v Cankarjevem domu se je v soboto, 24. maja 2014, napolnilo z učenci in dijaki ter njihovimi mentorji, ki so sestavili verižni eksperiment, z naključnimi ali malo manj naključnimi obiskovalci, predvsem pa s 171 najboljšimi učenci in dijaki iz 89 šol, ki so dosegli prva mesta na državnih tekmovanjih iz matematike, fizike ali astronomije. Marsikaterega učenca in dijaka so spremljali ponosni starši oz. njihovi mentorji, kar 141 je bilo povabljenih mentorjev. Priznanja in nagrade so podeljevali ugledni profesorji, predsedniki tekmovalnih komisij, dekani in prodekani fakultet ter vidni člani Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije.

Prireditev Bistroumi, scenarij zanjo je pripravil dr. Boštjan Kuzman, je vodil znani športni novinar Tomaž Hudomalj. Celotna prireditev je izzvenela kot poročanje z najpomembnejših tekmovanja, ne športnega, ampak matematičnega, fizikalnega, astronomskega, ki se je končalo s predstavitvijo šestih olimpijskih ekip. Ves čas prireditve je voditelj zbrane v dvorani držal v prijetnem razpoloženju in pričakovanju ter vse spodbujal, da smo s ploskanjem nagradili prejemnike priznanj.

[Slika 1] Naslovnica prireditve Bistroumi 2014

Med podeljevanjem priznanj smo bili navzoči v dvorani deležni zanimivega programa. Uvodoma nas je pozdravil predsednik DMFA Slovenije, prof. dr. Andrej Likar. Janez Dovč, glasbenik in fizik, nas je začaral z ustvarjanjem glasbe s pomočjo raznolikih fizikalnih zakonitosti in naprav.

[Slika 2] Janez Dovč razlaga, kako deluje naprava, na katero bo pozneje igral. Zraven je voditelj, Tomaž Hudomalj.

Za smeh je poskrbel dr. Uroš Kuzman – šalam, povezanih z matematiko, smo se od srca nasmejali, znal nas je sprostiti in pokazati, da je tudi matematika lahko res zabavna.

[Slika 3] O kompleksnih številih – imaginarnem in realnem delu, na igriv način pripoveduje dr. Uroš Kuzman.

Osrednji gost prireditve je bil dr. Jernej Barbič, ki je mladim predstavil svojo pot od učenca, preko dijaka, študenta do profesorja na prestižni univerzi v Ameriki. Mladim je položil na srce, da je mentor pomemben v njihovem življenju. Čeprav je profesor na fakulteti, ima še vedno mentorja. Učiteljem mentorjem je sporočil, da je mentorstvo odgovorno delo, ki ga je treba opravljati z vso predanostjo.

[Slika 4] dr. Jernej Barbič med svojo predstavitvijo

Pia Zemljič je recitirala pesem dijakinje Mete Rovan. Dijakinja je s pesmijo zmagala na natečaju Gimnazije Vič, ki ga posvečajo poeziji iz matematike. Lara Kozarski, študentka in predstavnica študentske sekcije DMFA, je skupaj z voditeljem na zanimiv način predstavila poletno šolo MARS.

[Slika 5] Pia Zemljič recitira pesem.

[Slika 6] Lara Kozarski predstavlja MARS 2014.

Žal se prireditve ni mogel udeležiti Urban Stanič, dijak 3. letnika Gimnazije Bežigrad, eden izmed najboljših na tekmovanju srednješolcev v znanju matematike za Vegova priznanja. Kot zastopnik Slovenije se je pripravljal na vseevropsko tekmovanje mladih glasbenikov v klasični glasbi v Kölnu, kjer je dosegel drugo mesto. Ker je scenarist prireditve vedel za njegovo odsotnost, smo Urbana vseeno slišali, saj nam sodobna tehnologija to omogoča.

[Slika 7] Urban Stanič o povezavi med glasbo in matematiko

Nagrade so podelili tudi za najboljši seštevek točk na tekmovanju matematični Kenguru v devetih letih osnovne šole – diamantni kenguru.

Predstavljene so bile olimpijske ekipe DMFA Slovenije; naštela bom le tiste, ki so povezane z matematiko: ekipa, ki je Slovenijo zastopala na 3. evropski dekliški matematični olimpijadi, ekipa na 8. srednjeevropski matematični olimpijadi, ekipa na 55. mednarodni matematični olimpijadi.

Predstavniki Hiša eksperimentov so ob koncu prireditve podelili priznanje za najboljši verižni eksperiment.

[Slika 8] Med vodenjem po verižnem eksperimentu

Po prireditvi sem navezala stik z nekaterimi mentorji in njihovimi dijaki oziroma učenci ter jih poprosila, da odgovorijo na nekaj vprašanj.

Učiteljem mentorjem sem zastavila naslednja vprašanja: Kaj vam pomeni mentorstvo pri tekmovanju? Kako se spopadate z nalogami? Želite drugim učiteljem kaj sporočiti v povezavi s tekmovanjem? Morda napotek drugim mentorjem, delite z nami vaše misli, ideje, poglede za naprej …

Učence in dijake sem vprašala: Kako doživljaš matematiko? Kakšna je razlika med matematiko (nalogami, vajami) pri pouku in nalogami, vajami za tekmovanje? Kaj te pritegne pri reševanju nalog za tekmovanje? Kako vidiš učitelja, mentorja pri tem; kakšno vlogo ima mentor? Bi še kaj sporočil učiteljem matematike v Sloveniji, morda svojim vrstnikom?

Odgovori in mnenja so zbrana v zapisih spodaj, glede na vrsto tekmovanja, v katerem so dosegli uvrstitev med najboljše. Zahvaljujem se vsem učencem, dijakom in njihovim mentorjem za odgovore.

β 24. državno tekmovanje v razvedrilni matematiki

Jana Klopčič, mentorica na OŠ Trzin

Na naši šoli se učenci na tekmovanje iz razvedrilne matematike pripravljajo sami, z nalogami s preteklih tekmovanj in še nekaj dodatnimi nalogami, ki nam jih je uspelo najti na spletu oz. jih pridobiti od kolegov s sosednjih šol. Pred tekmovanjem se nekajkrat, torej dva ali trikrat, dobimo skupaj in pregledamo njihove rezultate, ki jih (po navadi) razlagajo kar učenci sami (Zala, pa tudi Barbara, Juš in drugi). Njihove učiteljice matematike se ob obilici del in nalog niti ne uspemo poglobiti v različne tipe nalog, ki se pojavljajo na tem tekmovanju. Tako da bi bil mentor tem učencem lahko kar kakšen od učencev … Tudi to je bila ideja. Pretekli dve leti smo imeli zunanjo mentorico, diplomantko matematike in računalništva, gospo Natašo Kristan.

Letos so naši učenci tekmovali tretje leto in bili (na tekmovanju iz razvedrilne matematike in tudi logike) zopet zelo uspešni. V glavnem pa so to učenci, ki se vsako leto izkazujejo z odličnimi dosežki tudi na tekmovanju iz matematike, logike, fizike, astronomije, Bobru, ki jim je matematika v veselje in izziv, ki so zelo vztrajni, pa tudi motivirani za najrazličnejše izzive.

Učitelji smo ponosni na naše učence in se skupaj z njimi veselimo njihovih uspehov.

[Slika 9] Najboljši osnovnošolci na 24. državnem tekmovanju v razvedrilni matematiki

Zala Potočnik, učenka OŠ Trzin, 9. razred v šol. l. 2013/14

Razvedrilna matematiki je bolj razvedrilo kot učenje. Tukaj se stvari ne moreš naučiti, lahko le vadiš in izboljšaš postopke, da hitreje in učinkoviteje rešiš naloge. Pri razvedrilni matematiki ni treba toliko računati, bolj je pomembno, da imaš dobro prostorsko predstavo in veliko vztrajnosti za reševanje raznih sudokujev. Naloge so zanimive, saj so vzete tudi iz realnega življenja, so praktične. Ko se pripravljamo na tekmovanje, naloge večinoma rešujemo sami, potem pa jih skupaj z učitelji pregledamo in komentiramo postopke, s katerimi smo prišli do rešitve, učenci pa si pomagamo

tudi med sabo. Dobro pa je, da imaš neko predznanje, (nam ga je v prejšnjih letih dala zunanja mentorica), saj se pozna, da starejši učenci, ki imamo nekaj predznanja, lažje sami rešujemo naloge kot mlajši učenci, ki se prvič spopadajo z nalogami iz razvedrilne matematike.

Mateja Frangež - Herman, mentorica na Šolskem centru Rogaška Slatina

Letos sem prvič po desetih letih zaposlitve v šolstvu, od tega osem let v gimnaziji, imela priložnost, da sem bila mentorica izjemnemu dijaku, ki je že v začetku šolskega leta kazal velik matematični potencial.

Na svoje prvo mentorstvo in osvojeno 2. nagrado v državi sem zelo ponosna, saj je to zame velik izziv in potrditev mojega dolgotrajnega dela. Naloge smo reševali skupaj z dijaki v majhnem deležu, večinoma so dijaki delali sami, doma, v prostem času. Sama sem jih usmerjala v delo in dodatno literaturo, predvsem po spletu, v e-obliki in na višjem nivoju.

Menim, da je za tak uspeh potrebno veliko dodatnega dela, želje po uspehu ter ljubezni do matematike, da se lahko doseže tako viden in odmeven rezultat v državi.

Reševanje nalog iz razvedrilne matematike je velik izziv za reševanje tako za dijaka kot za mentorja. Pri dijaku je velik problem, ker se takšni tipi nalog pri pouku matematike zelo redko sploh rešujejo. Učitelj pa mora biti zelo inovativen in hiter pri iskanju dodatne literature. Mogoče bi bilo dobro, če bi mentorji od organizatorjev dobili kakšna dodatna navodila za literaturo, ki bi nam bila v pomoč pri pripravi na tekmovanje.

[Slika 10] Najboljši srednješolci na 24. državnem tekmovanju v razvedrilni matematiki

Luka Tacer, dijak ŠC Rogaška Slatina, 1. letnik v šol. l. 2013/14

Matematika. Ko slišimo to besedo, večina ljudi pomisli na »zaguljene« enačbe, težke račune, nerazumljive grafe ipd. A matematika ni (le) to. Matematika je lahko tudi zabavna. Vsaj jaz jo tako doživljam. Kot zabavo. Vsak od nas se je že kdaj kratkočasil z reševanjem sudokuja ali katere druge miselne uganke na zadnjih straneh časopisov. Tudi to je matematika. Takšne in podobne uganke, ki jih rešujemo za razvedrilo, predstavljajo posebno vejo matematike, razvedrilno matematiko. Kakšna je sploh razlika med »navadno« in razvedrilno matematiko? Kot že ime pove, so tipi nalog na tekmovanju iz razvedrilne matematike taki, da nas pritegnejo k reševanju, hkrati pa povezani z matematiko, logičnim mišljenjem in sklepanjem. Velik poudarek pa je tudi na geometriji (liki, telesa). Tipi nalog se večkrat ponovijo, je pa res, da takih nalog ne rešujemo pri rednim pouku. Naloge, ki jih rešujemo pri rednem pouku matematike, so veliko manj privlačne za reševanje, poleg tega pa je možnih tipov nalog ogromno. Če se npr. pripravljaš na tekmovanje iz matematike, je treba veliko več časa in truda.

Veliko vlogo pri pripravah na tekmovanje pa ima tudi mentor. Mentorja sam vidim kot človeka, ki zna spodbujati, poslušati in si

predvsem vzeti čas za dijaka/učenca. Ko imaš takega mentorja, je vse lažje.

Za konec bi rad profesorjem in učiteljem matematike v Sloveniji posredoval le še tole: Poskusite matematiko svojim učencem in dijakom predstaviti na čim bolj zabaven način. Ko bomo matematiko nehali sprejemati z uporom, jo bomo tudi lažje razumeli.

γ 50. tekmovanje osnovnošolcev v znanju matematike za Vegova priznanja

Saša Kopač Jazbec, mentorica na OŠ Horjul

Matematično tekmovanje je kot vsako drugo tekmovanje, enkrat pride uspeh, drugič pa lahko tudi ne. Več mi je do tega, da učenci spoznavajo, da je za dober rezultat na tekmovanju treba vložiti tudi veliko dela in da ni dovolj le talent. Je motivacija, da začno vaditi in da so za svoj vložen trud tudi nagrajeni. Pri samem tekmovanju se mi zdi pomembna pot, in ne cilj, ki ga dosežejo, saj se na tej poti ogromno naučijo, veliko več kot pri samem pouku. Zelo lepo je seveda, če pride tudi priznanje ali nagrada, a je meni drugotnega pomena. Tekmovanje je tudi sredstvo, s katerim lahko dosežeš, da učenci vzljubijo matematiko. Zdi se mi pomembno, da imamo vsako leto možnost, da se učenci preko tekmovalnih nalog preizkušajo v premagovanju matematični izzivov. Ko se učenci prvič srečajo s tekmovalnimi nalogami, govorim o nalogah iz področnih in državnih tekmovanj, marsikoga sprva popade strah, zato skušam naloge učencem približati in jim pokazati, da če uporabiš pravilne strategije reševanja, niso več tako zahtevne. Opažam, da so nadarjeni učenci mnogokrat do sebe preveč kritični in da se marsikdo, če mu ne uspe takoj priti do rešitve, raje umakne. Zato ves čas spodbujam učence, jih pohvalim za pravilno rešene naloge in jim skušam naloge predstaviti kot zanimive in enostavne. V največje zadovoljstvo mi je, kadar mi uspe, da učenci premagajo začetno distanco do tekmovalnih nalog in da z vsako rešeno nalogo pridobivajo samozavest ter na koncu začno uživati v reševanju matematičnih problemov.

Moti me le, da v zadnjem času tekmovalne naloge za posamezen razred posegajo po tematiki v vedno višje razrede. Tako se že v sedmem razredu pojavljajo naloge, ki zahtevajo znanje 8. in 9. razreda.

[Slika 11] Najboljši osnovnošolci na 50. tekmovanju osnovnošolcev v znanju matematike za Vegova priznanja

Ema Mlinar, učenka OŠ Horjul, 8. razred v šol. l. 2013/14

Matematiko doživljam kot izziv. Za vsak izziv se je treba potruditi in ga premagati. Uspeha pa smo vsi zelo veseli. V šoli so zame ti izzivi lahki, a se vseeno moram potruditi. Na tekmovanjih pa so težji, ki jih kdaj tudi ne premagam (npr. lani, ko nisem prišla niti na regijsko tekmovanje), a vseeno ne smeš kar obupati. Drugače so mi tekmovanja iz vseh predmetov zelo všeč (seveda najbolj matematično) in se mi zdi prav, da so, ker je vsak v neki stvari dober in je lepo, če to znanje tudi pokaže.

Pri tekmovanjih in pripravah mi je všeč, da so tu samo tisti, ki jih to zanima, in poteka bolj umirjeno kot redni pouk. Naloge za tekmovanje so mi všeč, ker so zanimive. Ni mi pa všeč, ker je nekaj snovi iz višjih razredov. Reševanje me pritegne, ker ni tako zelo lahko, in kot sem že omenila, sem vesela, če mi uspe rešiti.

Mi smo imeli veliko ur dodatnega pouka in smo se tudi veliko naučili. Za to je zaslužna naša odlična učiteljica in mentorica.

δ 58. tekmovanje srednješolcev v znanju matematike za Vegova priznanja

Marko Špolad, mentor na Gimnaziji Škofja Loka

O pomenu mentorstva …: Mentorstvo sem vedno razumel le kot veter, ki ga je treba priskrbeti varovancem, nikakor pa ne bi želel popravljati smeri idejam, ki so jih mladi talenti polni. To je mogoče le s spoštovanjem neobremenjenega razmišljanja. In tega je, v času "zapovedanih" razprodaj standardov in ocen v šolah, še vedno mogoče najti. Mentorstvo pomeni zadovoljstvo, tudi če ni nagrajeno niti finančno niti s formalnimi rezultati. Srečni nasmehi tistih, ki jih nismo pustili potoniti v povprečju, so zagotovljena dodana vrednost.

O razliki med vajami (pouk – nadarjeni): Seveda gre v obeh primerih še vedno za pouk. A priprava nadarjenih zahteva dodatno individualizacijo, zahteva pošten človeški in strokovni pristop. Zahteva pa tudi občutek za odpravo šibkih točk v piramidi matematičnih spoznanj nadobudneža. To lahko odpravi tekmovalec le sam, s pridnostjo in talentom, a le če je bil glavni arhitekt pri njenem nastanku.

O napotkih mladim mentorjem …: Nič ne gre pod prisilo, na normo, še najmanj pa na dril. Tako kot nič ne more nadomestiti radosti soustvarjanja vseh – novih upov in profesorjev. Zato ne poučujte nosilcev razvoja niti po rutinskih pripravah niti po mojih "napotkih". Raje prisluhnite srcu … in se pustite česa naučiti.

V nadaljevanju si preberite "razigran" odgovor enega izmed mojih zvezdnikov :), maturanta Aleksandra Rajharda. Fant je 4 leta stalno pri vrhu, za olimpijsko matematično ekipo mu je malo zmanjkalo. Zato pa je zmagal pri biologiji, računalništvu in logiki (mimogrede je bil še lanski najdijak in dobitnik bronaste medalje na biološki olimpijadi. Tudi letos se je uvrstil v olimpijsko ekipo in gre na Bali :).

Njegov sošolec, Žiga Krajnik, se je spet povzpel na Olimp pri fiziki in matematiki.

[Slika 12] Najboljši srednješolci na 58. tekmovanju srednješolcev v znanju matematike za Vegova priznanja

Aleksander Rajhard, dijak Gimnazije Škofja Loka, 4. letnik v šol. l. 2013/14

Matematika je zame preprosto naravoslovna veda, njena bazična narava mi je nezanimiva, uporaba pa velikokrat zabavna.

Tako nekako gre tudi razlikovanje pri šolskih in tekmovalnih nalogah. Vaje pri pouku so velikokrat prelahke in dolgočasne, vse, kar zahtevajo, je natančnost, zaradi tega se

velikokrat zgodi, da moj um zatava stran, vendar pa smo se s prijatelji dokopali do rešitve v obliki hitrostnih tekmovanj, ki potekajo tako, da zahtevnejše naloge poskusimo reševati »na pamet« in tekmujemo, kdo hitreje pride do pravilne rešitve.

Pri nalogah pri pripravi na tekmovanje pa zahtevnost nalog zahteva več iznajdljivosti in tako pritegnejo pozornost, saj predstavljajo miselni izziv, problem so le prezahtevne naloge, pri kateri noben od zamišljenih prijemov ne deluje.

Tu pa v igro vstopi naš mentor, ki naloge naredi zabavnejše in z nekaj namigi preprečí, da bi izgubili upanje. Za mentorje: »Veliko pomembnejša kot vojaška avtoriteta je učiteljev smisel za humor in to, da si pridobi spoštovanje dijakov, zame je idealni mentor tisti, ki ga pojmujem kot starejšega prijatelja, ki ga prosim, da z mano deli izkušnje.«

ε 14. tekmovanje dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike

Helena Antolin Tibaut, mentorica na Dvojezični srednji šoli Lendava

Mentorstvo pri tekmovanjih iz matematike daje dodano vrednost mojemu delu z dijaki in obenem potrditev, da dobro delam, kar mi daje občutek zadovoljstva. Vsekakor pa je najprej pomembno, če imaš nadarjenega dijaka, ki je obenem motiviran, da bi dodatno naredil še kaj več, rešil kakšne težje naloge, ki presegajo učni načrt; da je tudi sam vedoželjen. Po mojem je vloga mentorja ta, da odkrije dijake in jih spodbudi, da bi dodatno delali, ob tem pa jih vodi s tem, da jim daje naloge, konzultira z njimi, dodatno razloži snov. To delo sicer zahteva veliko časa, organizacije v natrpanem urniku in navsezadnje angažiranosti mentorja. Realnost pa je takšna, da se veliko časa ukvarjamo z dijaki, ki so šibkejšega predznanja, težje dojemljivi pri matematiki in imajo zaradi tega učne težave. Takšnih je veliko preveč, težnja pa je na tem, da naj bi večina uspešno zaključila srednješolsko izobraževanje. Žal je na drugi strani (vsaj na naši šoli) manj takšnih, ki bi bili nadarjeni, zato se veselim vsakega, ki ga dobim in mi ga uspe spodbuditi, da bi tekmoval. In če doseže kakšen vidnejši uspeh na državni ravni, je zadovoljstvo toliko večje.

[Slika 13] Najboljši dijaki na 14. tekmovanje dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike

Andreas Sarjaš, 4. d, dijak Dvojezične srednje šole Lendava, 4. letnik v šol. l. 2013/14

1. mesto na državnem tekmovanju iz matematike v kategoriji B

Sam matematiko doživljam kot vsakdanjega sopotnika. Ne mine dan, ko ne bi bil v stiku s kančkom matematike. Menim, da je matematika veda, brez katere bi se sistem življenja moderne civilizacije zrušil. Ravno zaradi tega razloga me matematika izredno zanima. Še en razlog, da me matematika zanima, je pa tudi moj poklic, ki sem si ga izbral. Vedno sem bil predan naravoslovju, matematiki in tudi fiziki, saj so to predmeti, pri katerih se ni treba učiti.

Glede učnega načrta matematike in nalog v naravoslovnih tehničnih programih menim, da je matematika prelahka, saj je ogromno snovi izpuščene, pa tudi naloge niso ne vem kako težke. Naloge za tekmovanje za Vegovo priznanje so že težje, ampak z malo volje in truda so tudi te kar hitro rešljive. K reševanju trših orehov me preprosto prisili lasten ego, ki se ne more sprijazniti z neuspehom. Ko se zavestno odločim, da bom prenehal reševati nalogo, moja podzavest kar naprej kalkulira, tako da se tega sploh ne zavedam. Potem pa kot iznenada prileti rešitev naloge. In tako se vse zopet zavrti v krogu. Nova naloga, nov izziv.

Včasih pa vseeno naletiš na problem, ki ga sam mogoče ne veš rešiti. Zato pa je zelo pomembno, da imaš zavzetega in motiviranega mentorja, ki ti takoj priskoči na pomoč, da se rešijo težave in se lahko mirno pripravljaš naprej. Glavna naloga mentorja je po mojem mnenju, da poda dijaku teoretične osnove in zakonitosti, preko katerih nato dosti hitreje rešiš vse trde orehe.

ζ 14. tekmovanje dijakov srednjih poklicnih šol v znanju matematike

Sabina Kumer, mentorica na Šolskem centru Krško-Sevnica, Srednja šola Sevnica

Vsako leto, odkar sem začela poučevati, sem hkrati tudi mentorica dijakom v vseh treh kategorijah (A, B in C). Mentorstvo mi je po eni strani velik izziv, saj so naloge res nekoliko drugačne kot tiste običajne, ki jih večinoma rešujemo pri pouku. To pa ne pomeni, da tudi med rednim poukom tu in tam ne rešimo kakšne tekmovalne naloge. Z dijaki se dobimo kak mesec ali dva pred šolskim tekmovanjem, razdelim jim nekaj tekmovalnih nalog preteklih let in nato jih dijaki rešujejo nekaj v šoli in nekaj doma. Ko se približuje tekmovanje, skupaj rešujemo tiste naloge, ki so jim povzročale težave, zraven vseh teh nalog pa rešimo tudi kakšno nalogo, ki so jih pisali tekmovalci na podobnih matematičnih tekmovanjih zunaj Slovenije.

Moram priznati, da so moji dijaki na teh tekmovanjih kar precej uspešni (predvsem dijaki iz SŠ Sevnica), saj se lahko skoraj vsako leto pohvalimo s precej srebrnimi in z vsaj nekaj zlatimi priznanji. V zadnjih sedmih letih so bili tudi štirje dijaki takšni, ki so osvojili prvo mesto v svoji kategoriji.

Morda za nekoga zgoraj omenjeni dosežki ne bodo nič posebnega, a jaz sem na svoje dijake in tekmovalce zelo ponosna. Predvsem zato, ker je v zadnjem času že težko dobiti dijake, ki bi želeli tekmovati (največkrat je razlog tega pozna ura tekmovanja), in zaradi tega, ker vemo, s kakšnimi težavami se srečujemo pri vsakodnevnem delu.

V nadaljevanju je nekaj besed dijaka 2. letnika, program mizar na Srednji šoli Sevnica, Florijana Tomažina. Lani je prejel zlato priznanje in ga je od prvega mesta ločil le en nepravilno obkrožen odgovor, a letos se je bolj zbral in premagal vso konkurenco.

Florijan Tomažin, dijak Šolskega centra Krško-Sevnica, Srednja šola Sevnica, 2. letnik v šol. l. 2013/14

Matematiko doživljam kot enega pomembnejših predmetov v šoli in v poklicu, za katerega se izobražujem. Vaje v šoli so težje kot vaje na tekmovanju. Pri tekmovalnih nalogah me pritegne to, da lahko nekatere naloge sklepaš že po logiki in da lahko tekmuješ s sošolci. Mentorja vidim kot enega glavnih pobudnikov za reševanje takšnih nalog. Učiteljem sporočam, da naj spodbudijo še več dijakov in dijakinj k sodelovanju na takšnih tekmovanjih.

Karolina Vučina, mentorica na Šolskem centru Ptuj, Biotehniška šola

Mentorstvo dijakom na tekmovanjih iz matematike mi pomeni popestritev pedagoškega dela. To je priložnost, da se skupaj z dijaki, ki izražajo več zanimanja do predmeta, tudi sama lotim zahtevnejših matematičnih problemov, ki zahtevajo predvsem logično razmišljanje in sklepanje. Dijaki vedno znova presenetijo z različnimi pristopi k nalogam, nekateri znajo reševanje zelo poenostaviti in s sklepanjem pridejo do pravilnega rezultata. Kadar se pri reševanju nalog kje ustavi, poskušam vsakega usmeriti, da pride na pravo pot. Z veseljem prisluhnem vsaki njihovi ideji in se tako tudi sama naučim česa novega. Najbolj všeč so jim naloge, ki vzbujajo radovednost in spodbujajo uporabo logičnega sklepanja. Tekmovanje iz znanja matematike in druga matematična tekmovanja (logika) zagotovo prispevajo k popularizaciji predmeta med mladimi.

Skupaj z njimi se veselim vsakega njihovega uspeha na šolski, regijski in državni ravni.

Vsem tekmovalcem čestitam za dosežena priznanja in nagrade.

[Slika 14] Najboljši na 14. tekmovanju dijakov srednjih poklicnih šol v znanju matematike

Matjaž Pernat, dijak Šolskega centra Ptuj, Biotehniške šole, 3. letnik v šol. l. 2013/14

Matematiko doživljam kot vedo, pri kateri je potrebnega več razumevanja kot učenja. Ko pomislim nanjo, sem dobre volje, ker vem, da bom pred nekim novim izzivom.

Razlika med matematiko pri pouku in nalogami za tekmovanje iz znanja matematike je velika, saj pri pouku obravnavamo snov, ki je predpisana in je veliko sošolcev ne razume. Pri nalogah, namenjenih tekmovanju, je drugače. Reševanje teh nalog doživljam kot izziv: rešujem problem, ki ga že vnaprej poznam, ali pa iščem odgovor na vprašanje, ki me zelo zanima. Pritegneta me logično sklepanje in možnost, da lahko do točnega rezultata pridem tudi brez uporabe formul ali pa lahko nalogo rešim na pamet. Zanimive so naloge, kjer več poti vodi do pravilnega rezultata.

Mentor ima pri tekmovanju pomembno vlogo, ker da dijaku oz. tekmovalcu napotke, ga usmerja in mu svetuje z lastnimi izkušnjami. Mentor je kot trener, ki potrebuje kandidata z dobrim predznanjem, da lahko to znanje nadgrajuje.

Profesorjem sporočam, da dajo priložnost vsem dijakom, tudi tistim, ki občasno ne znajo rešiti določene naloge. Dijakom pa svetujem, naj rešujejo naloge, pri katerih je potrebno logično sklepanje, saj z njimi pridobimo znanje, ki ga ne potrebujemo samo v šoli, ampak tudi v vsakodnevnem življenju.

η 12. tekmovanje v znanju poslovne in finančne matematike ter statistike za srednje šole

Ingrid Baruca, mentorica na Srednji ekonomsko-poslovni šoli Koper

Že nekaj let sem mentorica dijakom, ki zastopajo našo šolo v znanju poslovne matematike in statistike. Kljub preostalim

obveznostim se kar nekaj časa posvetim dodatnim uram in nalogam za pripravo dijakov na šolsko ter pozneje na državno tekmovanje. Na šolsko tekmovanje predlagam samo tiste dijake, pri katerih skozi šolsko leto opazim znanje na tem področju, seveda pa tudi voljo in željo po dodatnem delu. Naloge iz prejšnjim tekmovanj vzamem kot steber, na katerega se naslonimo, za reševanje dodatnih nalog. Te dodatne naloge pa poiščem po različnih virih tudi starejših učbenikih, ki jih danes ne uporabljamo več za izobraževanje, in prilagodim vsebino. Sicer pa v učnih načrtih nisem zadovoljna s krčenjem vsebin v zvezi z znanji, povezanimi s poslovno matematiko in statistiko. Predvsem pri naši smeri ekonomski tehnik, kjer mislim, da je to eden temeljnih strokovnih predmetov, ki naj bi ga dijaki obvladali ob koncu šolanja. Snov, ki smo jo nekoč obdelali v dveh šolskih letih, je zdaj prestavljena na eno šolsko leto. Tako moraš z dijaki vse vsebine preleteti in ni končnega rezultata, vsaj pri nekaterih takega, kot bi si želel. Pogrešam tudi snov vloge in rente pri poslovni matematiki.

V veliko veselje mi je, da lahko svoje znanje delim z mladimi in se obenem veselim njihovega uspeha.

[Slika 15] Najboljši na 12. tekmovanju v znanju poslovne in finančne matematike ter statistike za srednje šole

Marija Janeva, dijakinja Srednje ekonomsko-poslovne šole Koper, tekmovalka v II. skupini v šol. l. 2013/14

Matematika mi je zelo všeč. Je eden izmed mojih najljubših predmetov. Všeč mi je zato, ker rada računam, rada imam številke, je predmet, pri katerem mi je potrebna samo ena razlaga, da bi že vedla, za kaj gre. Všeč mi je tudi zato, ker se mi ni treba veliko učiti, saj se naučim vse pri pouku.

Razlika med matematiko (nalogami, vajami) pri pouku in nalogami, vajami za tekmovanje iz poslovne in finančne matematike je v tem, da pri pouku delamo veliko lažje in enostavnejše naloge. Pri tekmovanjih pa je drugače. Srečujemo se s težjimi in veliko zanimivejšimi nalogami. Tako pridobivamo tudi nove izkušnje.

Pri reševanju takih nalog me pritegne predvsem to, da bi pokazala svoje znanje in pridobila nove izkušnje.

Mentor ima zelo veliko vlogo, saj pripravlja dijaka na tekmovanje. Mu pripravlja različne vaje in hkrati razlaga dodatne stvari, ki bi lahko prišle prav za tekmovanje.

Gresa Jakupi, dijakinja Srednje ekonomsko-poslovne šole Koper, tekmovalka v II. skupini v šol. l. 2013/14

Matematika mi od vedno leži pri srcu, zato se mi ni treba truditi, da bi imela odličen uspeh pri tem ali podobnih predmetih. Zelo rada imam številke, te me nikoli ne zmedejo, čeprav jih je včasih vedno več.

Naloge in vaje, ki jih delamo pri pouku, so večinoma dolgočasne, saj so zelo enostavne in vedno je enak postopek pri reševanju. Medtem pa ko dobim vaje za tekmovanje, se zelo razveselim, saj se s tem naučim veliko novega

Pri reševanju takih nalog me pritegne to, da sem se vedno pripravljena naučiti nekaj novega in ker imam rada nove izzive.

Učitelj je vedno zelo prijazen in pripravljen za sodelovanje s tekmovalci, vendar včasih se mora več časa ukvarjati s tistimi, ki nimajo osnov matematike. Moja mentorica prof. Ingirid Baruca ima veliko vlogo za moj uspeh v tekmovanju, saj brez njenega truda ne bi prišla tako daleč.

Za fotografije se zahvaljujem Janu Šuntajsu in Boštjanu Kuzmanu.

Piramida 2014 gimnazije Tolmin

Pyramid 2014 at the Tolmin gymnasium

Erik Vrčon
Gimnazija Tolmin

Šolske ustanove po Sloveniji praznujejo različne dogodke. Nekateri od njih so ostali v zgodovini kot enkratni, nekateri pa so dobili mesto med tradicionalnimi prireditvami, ki živijo še danes. Poznamo krst prvošolcev v srednjih šolah, predajo ključa in sežig cveka zaključnih letnikov, v novejšem času maturantsko četvorko. Nekateri od teh dogodkov so v zgodovini zamrli, bili ponovno oživljeni, na nekaterih srednjih šolah pa so se ob njih pojavili novi dogodki, ki imajo željo postati tradicionalni.

Na Gimnaziji Tolmin smo na zadnji šolski dan letošnjega šolskega leta prvič sestavljali piramido. Namen dogodka je bil povezati vse dijake pri sestavljanju enega objekta, velike piramide (team-building).

Idejo za dogodek sem dobil avgusta 2013 po pogovoru z direktorjem športne agencije Maya Borutom Nikolašem iz Tolmina. Prosil me je za pomoč pri izvedbi podobnega dogodka, ki je bil članski ekipi Nogometnega kluba Tolmin pred začetkom sezone v 3. nogometni ligi za motivacijo. V sestavljanje piramide so bili vključeni igralci in trenerji članske ekipe. Piramida je simbolizirala uvrstitev v višji rang tekmovanja, pri čemer je skozi sestavljanje končnega izdelka vsakdo odigral svojo vlogo. Ugotovili so, da je vsak igralec ali trener ekipe pomemben člen pri dosegi končnega cilja. Ta cilj je lahko piramida, lahko pa zmaga v ligaškem tekmovanju. Naj povem, da je članski ekipi NK Tolmin v sezoni 2013-14 uspelo v 3. ligi doseči prvo mesto in se uvrstiti v 2. ligo.

[Fotografija 1] Piramida 2014 je razstavljena v večnamenskem prostoru Šolskega centra Tolmin.

Motivacija dogodka na Gimnaziji Tolmin je bila manj ambiciozna. Na zadnji šolski dan je vse razpoložljive dijake povezala kot dejavne udeležence sestave velike piramide. Naša je bila tristrana, lahko pa je tudi štiristrana. Njeni gradniki so manjše enakorobe tristrane in štiristrane piramide. Za tristrano piramido so bili potrebni štirje enakostranični trikotniki, za štiristrano piramido pa poleg štirih enakostraničnih trikotnikov še kvadrat.

Najprej sem zagotovil dovolj kartona za gradnike. V obliki 40 cm širokih trakov nam ga je odstopilo podjetje ATUM, d. o. o., s Kozaršč v bližini Tolmina. Širina 40 cm je določala največjo možno velikost posameznih gradnikov in njihovih stranskih ploskev. Za velikost osnovnega roba sem določil 38 cm. Iz trakov sem s pomočjo šablone z olfanožem narezal enakostranične trikotnike in kvadrate z osnovnim robom 38 cm. Eksperimentalno sestavljanje teles pri eni od suplenc v 2. letniku je pokazalo, da je uspešnost dogodka pogojena s številom parov z lepilnim trakom in številom parov, ki sestavljajo posamezno piramido. Vse navzoče dijake sem tako razdelil na 65 parov. Deset jih je dodeljevalo lepilne trakove sestavljavcem teles, preostali so sestavljali 40 štiristranih in 45 tristranih piramid. Posamezne majhne piramide so dijaki sestavljali po razredih.

Ko so bile vsi gradniki sestavljeni, sva morala zaradi velikosti končne piramide z ravnateljico Branko Hrast Debeljak sprejeti odločitev o tem, kje bo končni izdelek stal. Ker je bilo napovedano slabo vreme, smo končni izdelek postavili v večnamenskem prostoru šole. Piramido smo sestavljali v nivojskih plasteh, ki smo jih na koncu zlepili skupaj. V vsaki plasti sta prostor med vsakimi tremi tristranimi piramidami zapolni dve štiristrani piramidi. Rob največje plasti je bil petkrat večji od roba ene posamezne piramide, tj. 190 cm. Na koncu smo na piramido zalepili črke z imenom Gimnazije Tolmin, letošnjo letnico in imenom darovalca materiala, vidite jo lahko v večnamenskem prostoru Šolskega centra Tolmin. Film z dogodka je na ogled na naslovu: https://www.youtube.com/watch?v=d2gKG3OHJbs.

Ponudba izobraževanj Zavoda RS za šolstvo za učitelje matematike v šolskem letu 2014/15

Seminarji so objavljeni v:

- **Katalogu programov nadaljnjega izobraževanja in usposabljanja strokovnih delavcev v vzgoji in izobraževanju** – **KATIS**, ki je dostopen na spletni strani Ministrstva za šolstvo in šport http://lim1.mss.edus.si/katis/default.aspx ali v
- **Zavodovem katalogu nadaljnjega izobraževanja in usposabljanja** za šolsko leto 2014/15, ki je dostopen na spletni strani Zavoda RS za šolstvo http://www.zrss.si/?rub=211.

POSODOBITVENI PROGRAMI

Obvezni in izbirni predmeti v osnovnih šolah in splošnoizobraževalni predmeti v srednjih šolah

- **Sestavljam pisni preizkus znanja iz matematike v OŠ**
  Informacije: Jerneja Bone, jerneja.bone@zrss.si; 05 330 80 78
- **Druge oblike vrednotenja znanja pri matematiki v OŠ**
  Informacije: Sonja Rajh, sonja.rajh@zrss.si; 02 539 11 72
- **Modeli poučevanja z i-učbeniki**
  Informacije: Amela Sambolić Beganović, amela.Sambolic-Beganovic@zrss.si; 041 697 033
- **Učinkovito in smiselno izrabimo e-vsebine, tehnološka orodja in programe pri pouku matematike**
  Informacije: Mateja Sirnik, mateja.sirnik@zrss.si, 04 280 29 22

DODATNA PONUDBA

- **Poklicna matura iz matematike**
  Informacije: Mojca Suban, mojca.suban@zrss.si,
  07 371 91 95
- **Načrtovanje in oblikovanje preizkusov znanja pri matematiki na razredni stopnji**
  Informacije: Vesna Vršič, vesna.vrsic@zrss.si,
  02 539 11 75
- **Načini premagovanja učnih težav učencev pri matematiki**
  Informacije: Amalija Žakelj, amalija.zakelj@zrss.si,
  01 300 51 56

POT DO E-KOMPETENTNOSTI

- **Spletna učilnica kot matematično učno okolje**
  Informacije: Mojca Suban, mojca.suban@zrss.si,
  07 371 91 95
- **Od obdelave podatkov do statistike z uporabo IKT**
  Informacije: Sonja Rajh, sonja.rajh@zrss.si;
  02 539 11 72
- **Geometrija z uporabo IKT**
  Informacije: Mateja Sirnik, mateja.sirnik@zrss.si,
  04 280 29 22
- **IKT-urice** Več na povezavi http://www.zrss.si/Default.asp?a=1&id=1645 ali na SIO-portalu

DELAVNICE za učitelje, ki želijo pri poučevanju uporabljati e-vsebine in e-storitve

- **Več na povezavi:** http://www.zrss.si/Default.asp?a=1&id=1644 ali na SIO-portalu.

Utrjevanje računskih operacij

Imajo vaši učenci še zmeraj težave pri izvajanju osnovnih računskih operacij? Obožujejo pa delo z računalnikom?
Predlagamo, da se urjenja lotite s pomočjo spletnih aplikacij. Ena od njih je dostopna na spletnem naslovu **http://sl.lefo.net/.**

Predlagamo, da aplikacijo uporabljate z vsemi učenci pri pouku matematike in tudi pri dodatnih dejavnostih. Zaželeno je, da na šoli izvedete razredno in šolsko tekmovanje.
Učenci bodo tako ob igri z računalnikom osvojili in krepili strategije računanja na pamet ter se pomerili tudi s sovrstniki.
Zavod Republike Slovenije za šolstvo bo v šolskem letu 2014/15 že deseto leto zapored organiziral državno tekmovanje Hitro in zanesljivo računanje – Tekmuj sam s seboj, s časom in s sošolci. Pridružite se nam tudi vi!

Računske operacije, ki jih bodo tekmovalci izvajali v posameznih tekmovalnih krogih, se razlikujejo od prejšnjih let.

Državno tekmovanje v šol. l. 2014/15		Prvi krog 10.–21. 11. 2014	Drugi krog 8.–19. 12. 2014	Tretji krog 12.–23. 1. 2015	Finale 21. 3. 2015
1. starostna skupina	učenci 1., 2. in 3. razreda	seštevanje in odštevanje (v $\mathbb{N}_0$)	primerjanje vsot in razlik (v $\mathbb{N}_0$)	iskanje neznanega števila (v $\mathbb{N}_0$)	PETEROBOJ
2. starostna skupina	učenci 4. in 5. razreda	seštevanje in odštevanje (v $\mathbb{N}_0$)	iskanje neznanega števila (v $\mathbb{N}_0$)	množenje in deljenje (v $\mathbb{N}_0$)	
3. starostna skupina	učenci 6. in 7. razreda	seštevanje in odštevanje (v $\mathbb{N}_0$)	množenje in deljenje (v $\mathbb{N}_0$)	seštevanje in odštevanje (v $\mathbb{Q}$)	
4. starostna skupina	učenci 8. in 9. razreda	seštevanje in odštevanje (v $\mathbb{Z}$)	množenje in deljenje (v $\mathbb{Z}$)	naključne računske operacije (v $\mathbb{Q}$)	
5. starostna skupina	srednješolci	naključne računske operacije (v $\mathbb{N}_0$)	naključne računske operacije (v $\mathbb{Q}$)	naključne računske operacije (v $\mathbb{Z}$)	
6. starostna skupina	odrasli	naključne računske operacije (v $\mathbb{N}_0$)	naključne računske operacije (v $\mathbb{Q}$)	naključne računske operacije (v $\mathbb{Z}$)	

Več o tekmovanju najdete na spletni strani ZRSŠ http://www.zrss.si/default.asp?rub=5494 (pot ZRSŠ > Predmeti / Področja > Predmetne skupine > Matematika > TEKMOVANJA) in na spletni strani http://www2.arnes.si/~osnmmjc2.

Napovednik tematske številke

Osrednja tema 21. letnika revije Matematika v šoli bo

»UČENCU S TEŽAVAMI ZNAM POMAGATI«.

V osnovnošolskih in srednješolskih razredih so učenci, ki potrebujejo dodatno podporo in skrb. V enem od prejšnjih letnikov smo namenili posebno pozornost nadarjenim, v prihajajočem, 21. letniku, se želimo posvetiti učencem s težavami na različnih področjih učenja. Publikacija **Koncept dela – učne težave v osnovni šoli**, ki ga ima prav gotovo vsaka šola v tiskani obliki, je pa tudi prosto dostopna na spletni strani Ministrstva za izobraževanje, znanost in šport (pot: **http://www.mizs.gov.si/** ➔ Delovna področja ➔ Urad za razvoj izobraževanja ➔ Učne težave) definira in opiše različne učne težave ter predstavi izvirni delovni projekt pomoči.

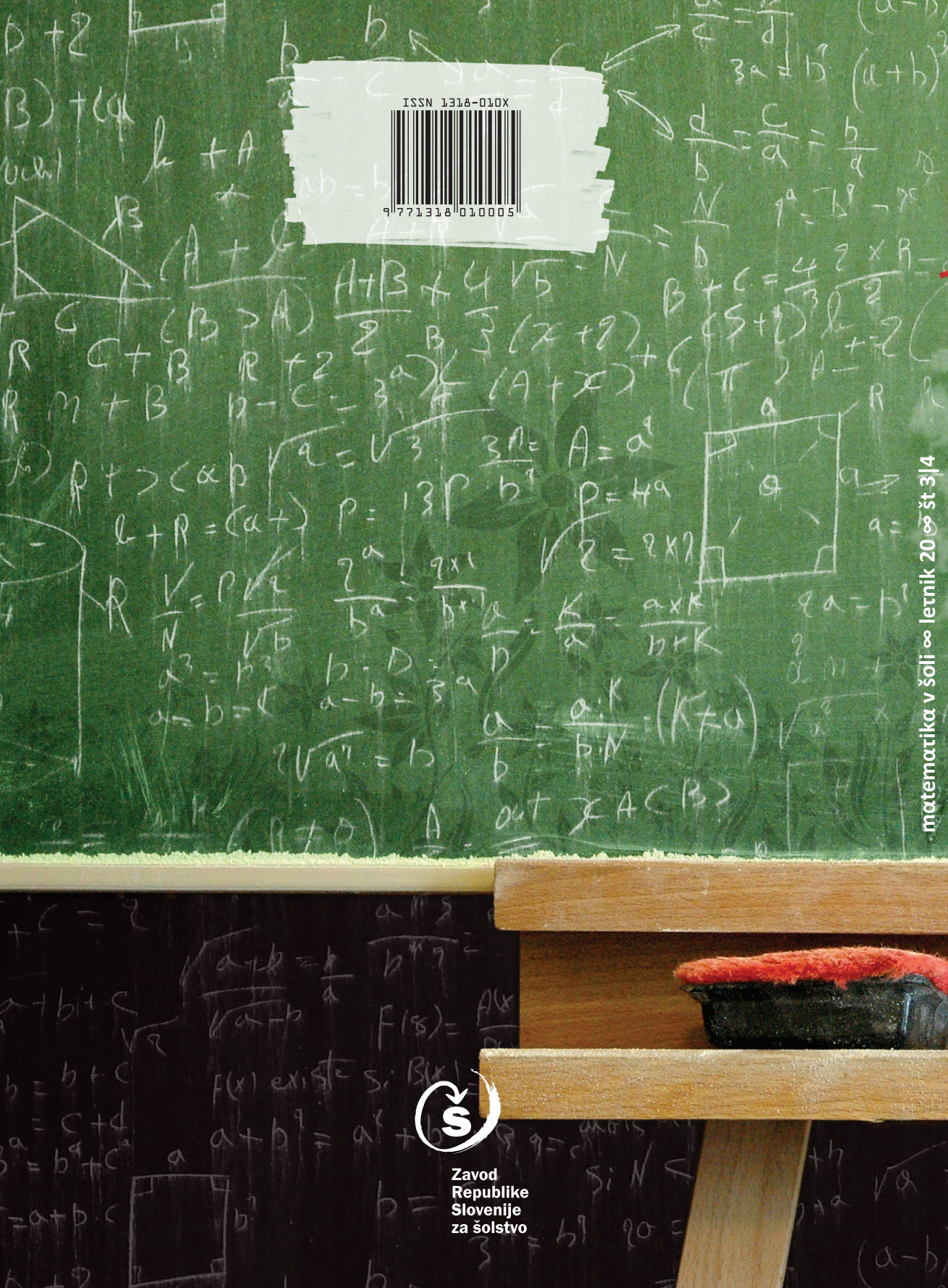
Učitelji se srečujete z novimi izzivi pri vašem pedagoškem delu in iščete poti, kako take učence odkriti in jim nuditi ustrezno podporo.

Delite z nami vaše rešitve.

- Na kakšne načine nudite podporo učencem, ki imajo težave pri pouku matematike?
- Kako prilagajate učna gradiva učencem s težavami (gluhi, naglušni, slepi, slabovidni, učenci z diskalkulijo…)?
- Opišite in predstavite učni pripomoček, ki ste ga izdelali sami za pomoč učencem.

Rok za oddajo prispevkov

Vaše prispevke na zgoraj opisano tematiko pričakujemo v nekaj mesecih, najkasneje pa **do 15. marca 2015**. Morebitna vprašanja lahko naslovite na e-naslov urednice Jerneje Bone (**jerneja.bone@zrss.si**) ali jo pokličete po telefonu 05 330 80 78. Lahko pa kontaktirate tudi s katerim od ostalih članov uredniškega odbora.



ISSN 1318-010X

matematika v šoli ∞ letnik 20 ∞ št 3|4

Zavod
Republike
Slovenije
za šolstvo