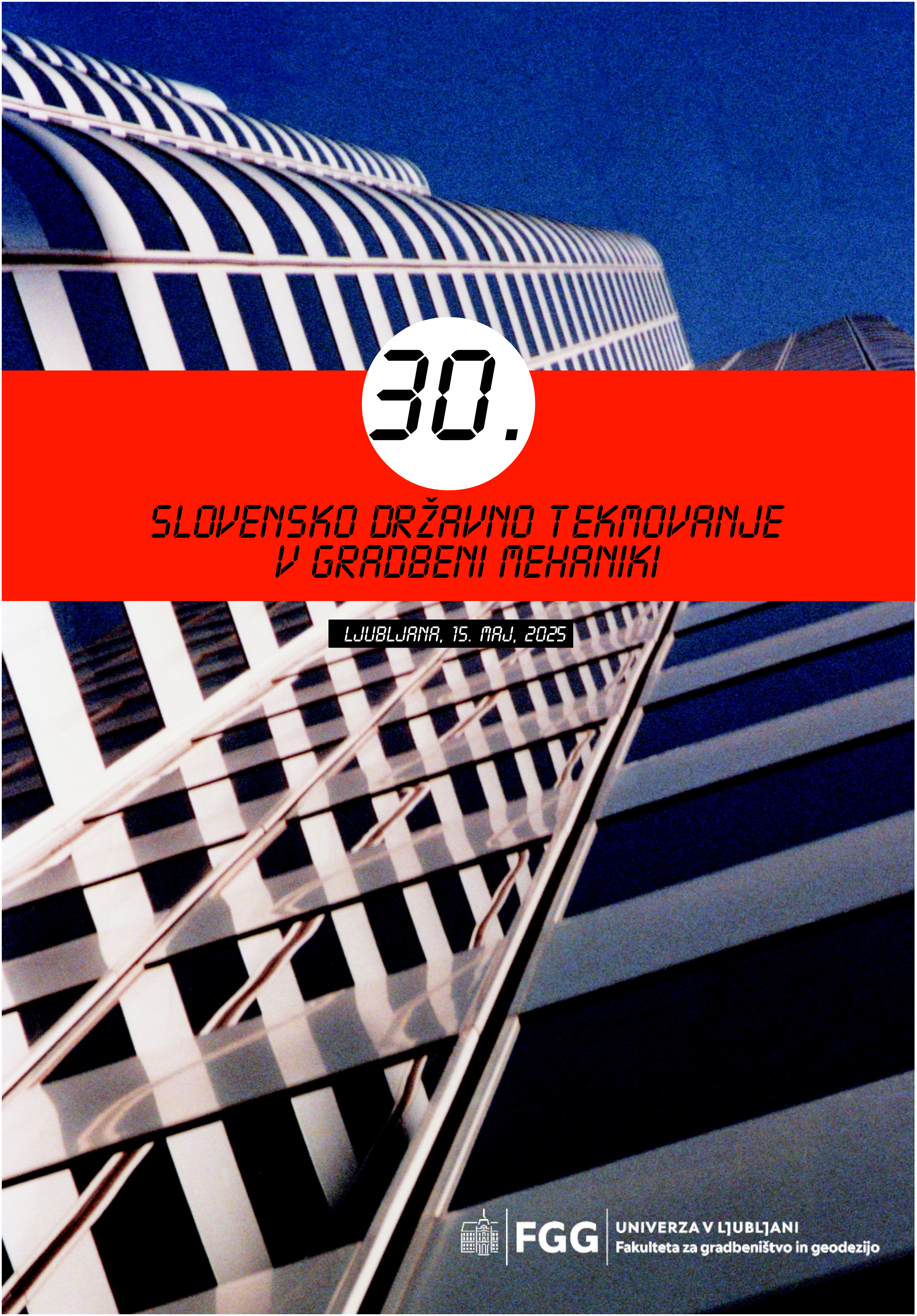


30.

SLOVENSKO DRŽAVNO TEKMOVANJE V GRADBENI MEHANIKI

LJUBLJANA, 15. MAJ, 2025

FGG
UNIVERZA V LJUBLJANI
Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

30. slovensko državno tekmovanje v gradbeni mehaniki

Univerza v Ljubljani

Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Goran Turk, Dejan Zupan, Peter Češarek,
Robert Pečenko, Rado Flajs, Sabina Huč in Igor Planinc

Ljubljana, 15. maj 2025

Avtorji: TURK, Goran; ZUPAN, Dejan; ČEŠAREK, Peter; PEČENKO, Robert; FLAJS, Rado; HUČ, Sabina; PLANINC, Igor

30. slovensko državno tekmovanje v gradbeni mehaniki

Založnik: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo,
zanjo dekanja prof. dr. Violeta Bokan Bosiljkov

Oblikovanje naslovnice: SAJE, Veronika

Elektronska izdaja: www.km.fgg.uni-lj.si/tekma/tekmaGMH2025.pdf

Obseg: 29 strani

Cena: knjiga je brezplačna

Ljubljana, 2025

Kataložni zapis o publikaciji (CIP) so pripravili v
Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani.

COBISS.SI-ID 245417731
ISBN 978-961-6884-94-5 (PDF)

30. slovensko državno tekmovanje v gradbeni mehaniki Ljubljana 2025

Letos smo na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo organizirali že 30. državno tekmovanje v gradbeni mehaniki. Tekmovanje je pripravil organizacijski odbor v sestavi:

Goran Turk,
Peter Češarek,
Rado Flajs,
Robert Pečenko,
Sabina Huč,
Igor Planinc,
Dejan Zupan (vsi UL FGG),
Nevenka Cesar (Srednja gradbena in lesarska šola, Novo mesto),
Erika Broz Žižek (Šolski center Krško-Sevnica, Gimnazija Krško),
Maja Lorger (Srednja gradbena šola in gimnazija, Maribor),
Uroš Avsec (Srednja elektro šola in tehniška gimnazija, Novo mesto),
Majda Pregl (Srednja gradbena, geodetska in okoljevarstvena šola, Ljubljana),
Marlenka Žolnir Petrič (Srednja šola za gradbeništvo in varovanje okolja, Celje).

Na tekmovanje smo povabili dijakinje in dijake tretjih in četrtih letnikov srednjih tehniških šol in tehniških gimnazij. Odbor je pripravil naloge za predtekmovanje in sklepno tekmovanje ter pregledal in ocenil izdelke tekmovalk in tekmovalcev.

Na predtekmovanje se je prijavilo 119 dijakinj in dijakov. Predtekmovalne naloge so na srednjih šolah reševali 16. aprila 2025. Dvaintrideset najuspešnejših dijakinj in dijakov na predtekmovanju se je uvrstilo na sklepno tekmovanje, ki je potekalo 15. maja 2025 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani.

Na sklepno tekmovanje so se uvrstile naslednje dijakinje in dijaki:

Ime in priimek	**Letnik**	**Šola**	**Mentor**
Lara Košir	3	SŠGVO Celje	Marlenka Žolnir Petrič
Gašper Robnik	3	SŠGVO Celje	Jože Prislan
Zala Žalar	3	SGGOŠ Ljubljana	Matevž Stegnar
Zala Frančeškin	3	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Ažbe Perpar	3	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Jaka Fras	3	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Miha Magyar	3	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Gašper Presker	3	ŠCKS SŠ Krško	Franci Uduč```
Pika Skrivalnik	3	ŠCKS SŠ Krško	Franci Uduč
Lenart Andrin	3	SEŠTG Novo mesto	Uroš Avsec
Tjaša Cimprič	3	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Klara Eliza Rodič	3	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Tjaša Starin	3	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Tanja Malenšek	3	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Zara Šenica	3	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Žan Janežič	3	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Tim Plesec	3	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Nika Pureber	3	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Veronika Beranič Ferk	4	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Tim Prša	4	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Nejc Kugler	4	SŠGVO Celje	Marlenka Žolnir Petrič
Mitja Samotorčan	4	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Enej Šneler	4	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Nejc Draškič	4	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Jakob Košir	4	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Klara Kraševec	4	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Lenart Kočar	4	SGGOŠ Ljubljana	Biljana Postolova
Slavko Hysz	4	SEŠTG Novo mesto	Uroš Avsec
Tai Tristan Papež	4	SEŠTG Novo mesto	Uroš Avsec
Žiga Remih	4	SEŠTG Novo mesto	Uroš Avsec
Eva Nahtigal Lavrič	4	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Tim Kač Lamut	4	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič

KRATICE ŠOL:

SŠGVO Celje	Srednja šola za gradbeništvo in varovanje okolja Celje
ŠCKS SŠ Krško	Šolski center Krško-Sevnica, Srednja šola Krško
SGGOŠ Ljubljana	Srednja gradbena, geodetska in okoljevarstvena šola Ljubljana
SGŠG Maribor	Srednja gradbena šola in gimnazija Maribor
SEŠTG Novo mesto	Srednja elektro šola in tehniška gimnazija Novo mesto
SGLVŠ Novo mesto	Srednja gradbena, lesarska in vzgojiteljska šola Novo mesto

Sklepno tekmovanje se je začelo 15. maja 2025 ob 11.00 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Po 120 minutah reševanja nalog so si tekmovalke in tekmovalci pod vodstvom Gorazda Novaka ogledali Laboratorij Katedre za mehaniko tekočin.

Medtem je komisija za ocenjevanje v sestavi Peter Češarek, Urban Rodman, Dejan Zupan, Rado Flajs in Goran Turk, (vsi Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo) pregledala in ocenila naloge s sklepnega tekmovanja.

Po skupnem kosilu so bili popoldne v svečani dvorani Fakultete za gradbeništvo in geodezijo objavljeni rezultati. Priznanja in nagrade je dijakinjam in dijakom podelila prodekan UL FGG prof. dr. Dušan Žagar.

Najuspešnejši na sklepnem tekmovanju so bili:

ime in priimek	**šola**	**nagrada**	**točke**
3. letnik			
Miha Magyar	SGŠG Maribor	1. nagrada	80
Jaka Fras	SGŠG Maribor	2. nagrada	55
Lara Košir	SŠGVO Celje	3. nagrada	50
Tim Plesec	SGLVŠ Novo mesto	3. nagrada	50
4. letnik			
Slavko Hysz	SEŠTG Novo mesto	1. nagrada	50
Mitja Samotorčan	SGGOŠ Ljubljana	1. nagrada	50
Veronika Beranič Ferk	SGŠG Maribor	2. nagrada	40

V naslednjih dveh preglednicah prikazujemo nekatere podatke o tem, kako so dijakinje in dijaki reševali predtekmovalne naloge in naloge na sklepnem tekmovanju. Najvišja možna ocena za posamezno nalogo je 25 točk.

predtekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	5.16	5.63	9.84	10.32	30.95
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	20	25	25	25	90

predtekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	9.38	4.84	10.00	17.03	41.25
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	25	25	25	25	95

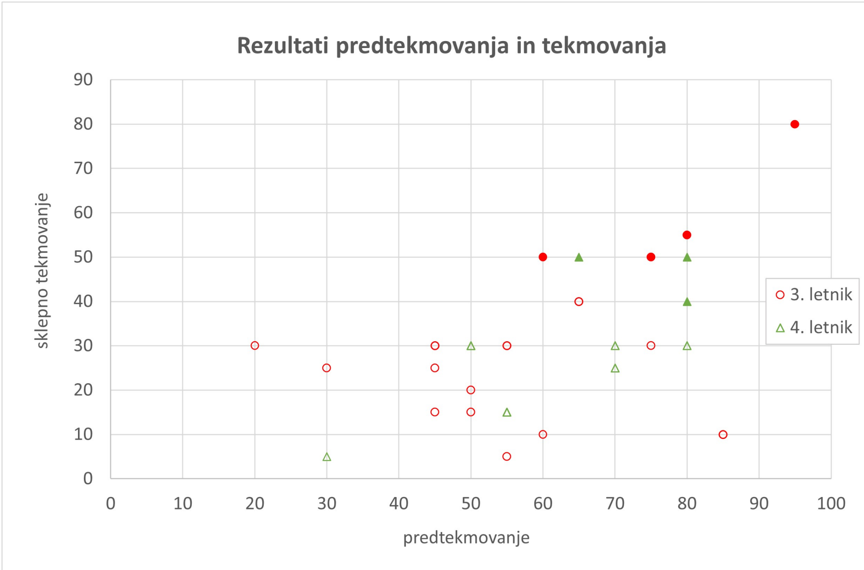
sklepno tekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	10.56	7.22	6.11	7.22	31.11
najnižja ocena	0	0	0	0	5
najvišja ocena	15	25	25	20	80

sklepno tekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	8.08	10.77	1.92	5.77	26.54
najnižja ocena	5	0	0	0	5
najvišja ocena	20	20	5	10	50

Glede na povprečne ocene posameznih nalog na predtekmovanju lahko sklepamo, da sta bili za tretje letnike najtežji 1. in 2. naloga. Dijakinjam in dijakom četrtih letnikov pa 2. naloga.

Na sklepnem tekmovanju so bile povprečne ocene nekoliko nižje kot na predtekmovanju. Glede na povprečne ocene pri posameznih nalogah lahko ocenimo, da so bile vse naloge na sklepnem tekmovanju približno enako zahtevne, zelo je izstopala le 3. naloga pri četrtih letnikih, kjer so bili rezultati zelo nizki.

Zgovoren je graf rezultatov s predtekmovanja in sklepnega tekmovanja. Vidimo lahko, da boljši rezultat na predtekmovanju večinoma pomeni tudi boljši rezultat na sklepnem tekmovanju. Na sliki so poudarjeno označeni rezultati tistih, ki so dobili nagrado na sklepnem tekmovanju.



Oglejmo si še, koliko tekmovalk in tekmovalcev je povsem pravilno rešilo posamezne naloge.

Na predtekmovanju tretjih letnikov je tretjo nalogo povsem pravilno rešilo 11 dijakov, četrto šest dijakov, drugo pa trije. Prve naloge ni povsem pravilno rešil nihče. Pri četrtih letnikih je četrto nalogo rešilo največ dijakov, kar 16. Tudi prve tri naloge je povsem pravilno rešilo vsaj nekaj dijakov.

Na sklepnem tekmovanju so bile naloge bistveno bolj zahtevne, zato jih večina ni uspela rešiti v celoti. Le en dijak tretjega letnika je pravilno rešil drugo in tretjo nalogo, pri vseh drugih nalogah pa smo žal ugotovili, da jih ni povsem pravilno rešil nihče.

Število tekmovalk in tekmovalcev, ki so pravilno rešili posamezne naloge			
predtekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
0	3	11	6
predtekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
5	2	3	16

sklepno tekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
0	1	1	0
sklepno tekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
0	0	0	0

Na sklepno tekmovanje se je uvrstilo 13 dijakinj in 19 dijakov, kar pomeni, da je bila zastopanost deklet 41%, kar je nekoliko višje kot lani (30 %).

Tekmovanje financira:
Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.

Informacije o tekmovanju lahko najdete tudi na spletni strani:
`http://km.fgg.uni-lj.si/tekma/`.

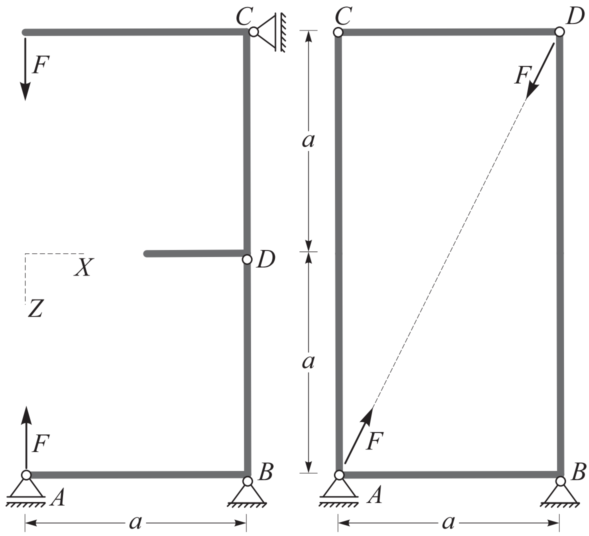
Naloge s predtekmovanja za 3. letnike

1. naloga

Letos poteka že 30. tekmovanje v gradbeni mehaniki za srednješolce. Zato smo dve konstrukciji prve naloge oblikovali v obliki številke 30.

Za levo konstrukcijo, ki predstavlja števko "3", določi notranje sile in momente ter nariši njihove diagrame .

Podatki: $F = 50\,\mathrm{kN}$,
$a = 4\,\mathrm{m}$.



Rešitev: Najprej moramo izračunati reakcije v podporah. Reakcijo C_x v podpori C določimo iz momentnega ravnotežnega pogoja glede na točko D za zgornji del

$$\sum_{\text{zgornji del}} M^D = 0 \quad \rightarrow \quad F\,a - C_x\,a = 0 \quad \rightarrow \quad C_x = F = 50\,\mathrm{kN}.$$

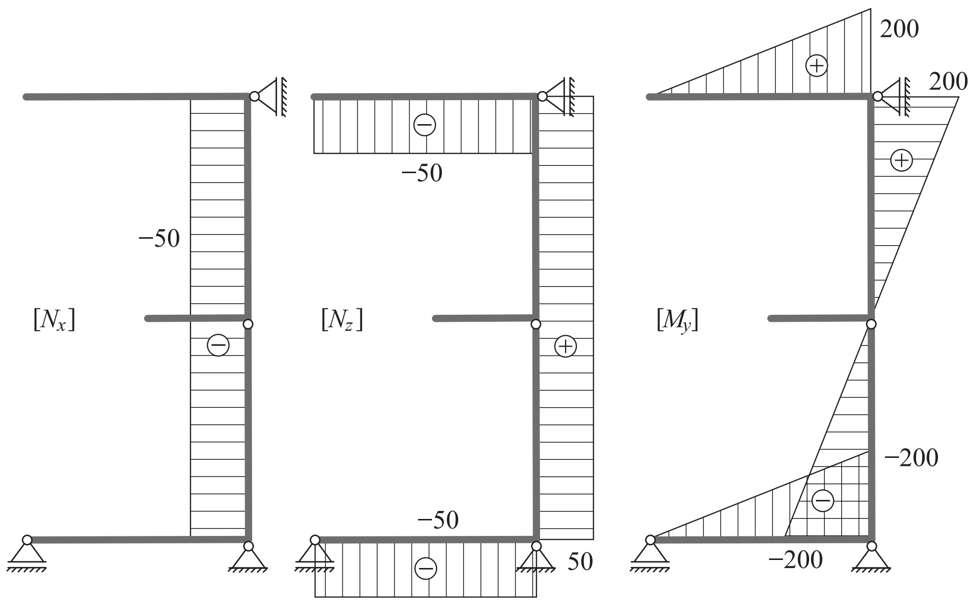
Preostale reakcije določimo iz ravnotežnih pogojev za celotno konstrukcijo.

$$\sum M^A = 0 \quad \rightarrow \quad -B_z\,a - C_x\,2a = 0 \quad \rightarrow \quad B_z = -2\,F = -100\,\mathrm{kN},$$

$$\sum Z = 0 \quad \rightarrow \quad A_z + B_z = 0 \quad \rightarrow \quad A_z = 2\,F = 100\,\mathrm{kN},$$

$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad B_x + C_x = 0 \quad \rightarrow \quad B_x = -F = -50\,\mathrm{kN}.$$

Diagrame notranjih sil prikazujemo na naslednji sliki:

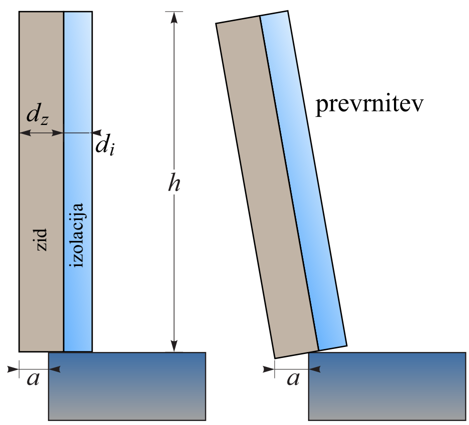


2. naloga

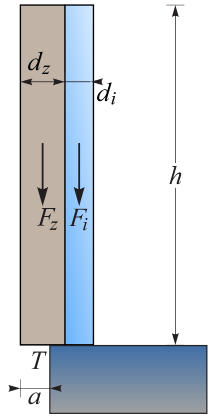
Na rob podporne konstrukcije postavimo opečni zid z izolacijo. Višina zidu je h, dolžina zidu, ki ga obravnavamo, pa je L.

Kolikšen je lahko največji previs a, da se zid zaradi vpliva lastne teže še ne prevrne?

Podatki: $d_z = 15\,\mathrm{cm}$,
$d_i = 10\,\mathrm{cm}$,
$\rho_z = 1.8\,\mathrm{kg/dm^3}$,
$\rho_i = 0.15\,\mathrm{kg/dm^3}$,
$h = 2\,\mathrm{m}$, $L = 1\,\mathrm{m}$,
$g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.



Rešitev: Pogoj za zvrnitev dobimo iz momenta glede na točko T, ki leži na robu podporne konstrukcije. Če je moment M^T manjši od nič, se zid prevrne.



$$\sum M^T < 0 \rightarrow -F_z\left(a - \frac{d_z}{2}\right) + F_i\left(\frac{d_i}{2} + d_z - a\right) < 0,$$

kjer sta

$$F_z = d_z\, h\, L\, \rho_z\, g = 5.4\,\mathrm{kN},$$

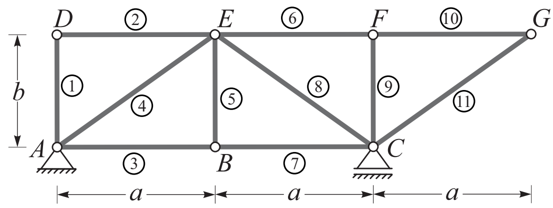
$$F_i = d_i\, h\, L\, \rho_i\, g = 0.3\,\mathrm{kN}.$$

Iz zgornjega pogoja za prevrnitev lahko izračunamo, da se zid prevrne, če je

$$a > 0.082\,\mathrm{m} = 8.2\,\mathrm{cm}.$$

3. naloga

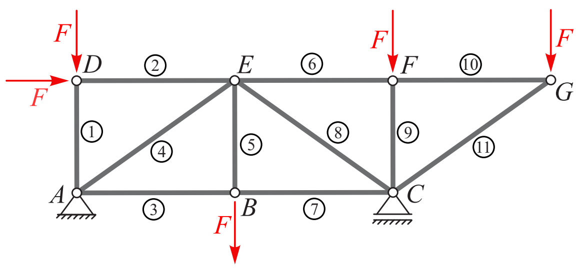
Na prikazanem paličju ni obtežbe, zato jo moraš postaviti sam. V vsako vozlišče lahko postaviš eno navpično in eno vodoravno silo.



Podatki: $a = 4\,\mathrm{m}$, $b = 3\,\mathrm{m}$.

Tvoja naloga je, da na konstrukcijo postaviš čim manjše število sil, a pri tem poskrbiš, da bodo osne sile v vseh palicah različne od nič. Svoje odločitve utemelji.

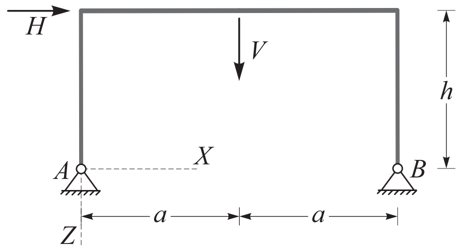
Rešitev: Razmislek je podoben kot pri ugotavljanju, ali so sile v palicah enake nič. Če v vozlišču, kjer se stikata dve palici, ni obtežbe, sta sili v obeh palicah enaki nič. Zato moramo v vozlišče G postaviti navpično silo, v vozlišče D pa tako navpično kot vodoravno silo.



Drugo pravilo pravi, da je v vozlišču s tremi palicami, kjer sta dve na isti smernici, sila v tretji palici enaka nič, če vozlišče v tej smeri ni obteženo. Zato moramo postaviti navpične sile še v vozliščih B in F. Če obravnavamo paličje obtežimo, kot je prikazano na zgornji sliki, so vse sile v palicah različne od nič.

4. naloga

Obravnavamo statično nedoločeno linijsko konstrukcijo na sliki. V pomoč nam je, da je nekdo izmeril vodoravno reakcijo v podpori A in sicer $A_X = -40\,\mathrm{kN}$.

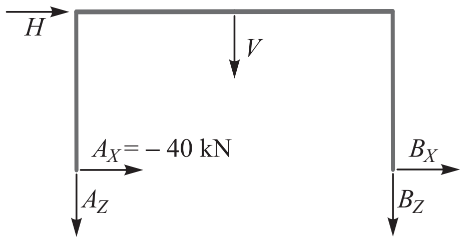


Konstrukcija je obtežena še z dvema silama $H = 100\,\mathrm{kN}$ in $V = 50\,\mathrm{kN}$, kot je prikazano na sliki.

Določi reakcije in notranje sile ter momente. Nariši tudi njihove diagrame.

Podatki: $a = 5$ m, $h = 4.75$ m.

Rešitev: Ker poznamo reakcijo A_X, lahko iz treh ravnotežnih pogojev izračunamo preostale tri reakcije. Ko poznamo reakcije, lahko izračunamo notranje sile in momente v obravnavani okvirni konstrukciji.

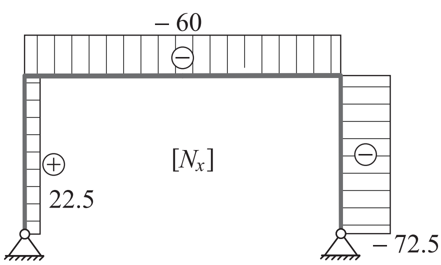


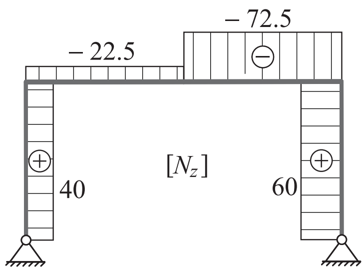
$$\sum M^A = 0 \quad \to \quad -B_z\,2a - V a - H\,h = 0 \quad \to \quad B_z = -72.5\,\mathrm{kN},$$

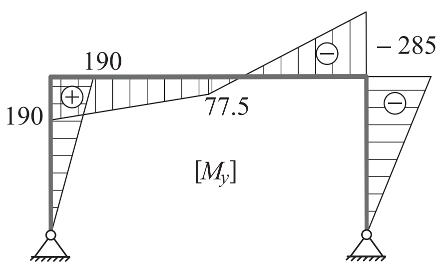
$$\sum Z = 0 \quad \to \quad A_z + B_z + V = 0 \quad \to \quad A_z = 22.5\,\mathrm{kN},$$

$$\sum X = 0 \quad \to \quad A_x + B_x + H = 0 \quad \to \quad B_x = -60\,\mathrm{kN}.$$

Diagrame notranjih sil in upogibnih momentov prikazujemo na naslednjih slikah.







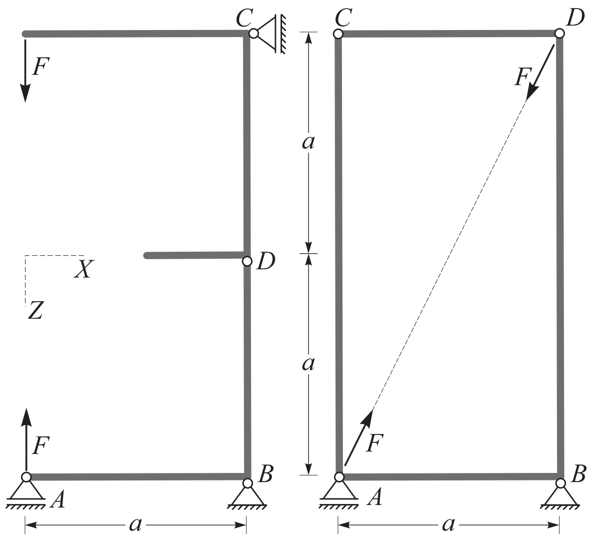
Naloge s predtekmovanja za 4. letnike

1. naloga

Letos poteka že 30. tekmovanje v gradbeni mehaniki za srednješolce. Zato smo dve konstrukciji prve naloge oblikovali v obliki številke 30.

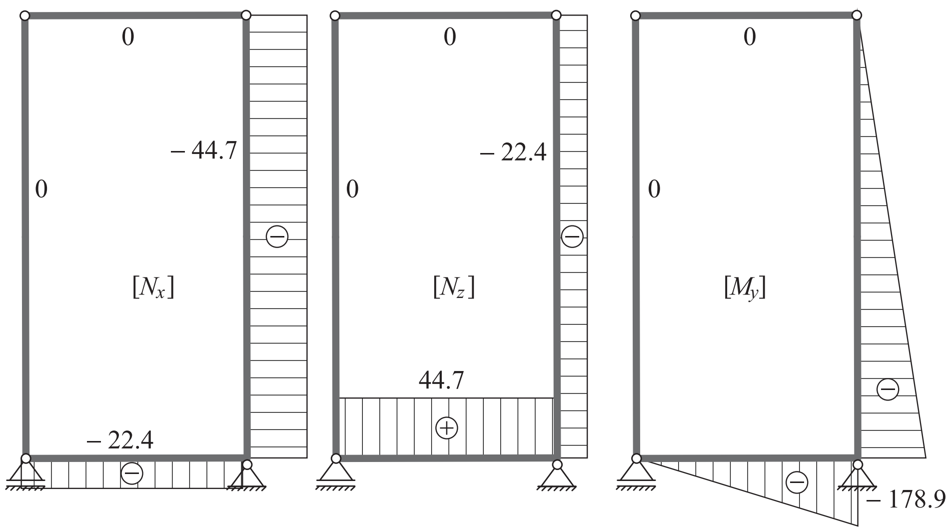
Za desno konstrukcijo, ki predstavlja števko "0", določi notranje sile in momente ter nariši njihove diagrame.

Podatki: $F = 50\,\text{kN}$,
$a = 4\,\text{m}$.



Rešitev: Ker sili F ležita na isti smernici in sta nasprotno usmerjeni so reakcije te prostoležeče konstrukcije vse enake nič, kar lahko preprosto preverimo z zapisom ravnotežnih enačb za celotno konstrukcijo.

Elementa AC in CD sta palici. Ker je vozlišče C neobremenjeno, sta osni sili v teh dveh palicah enaki nič. Določiti moramo le še notranje sile na delu konstrukcije ABD. Diagrame notranjih sil in momentov prikazujemo na naslednji sliki.

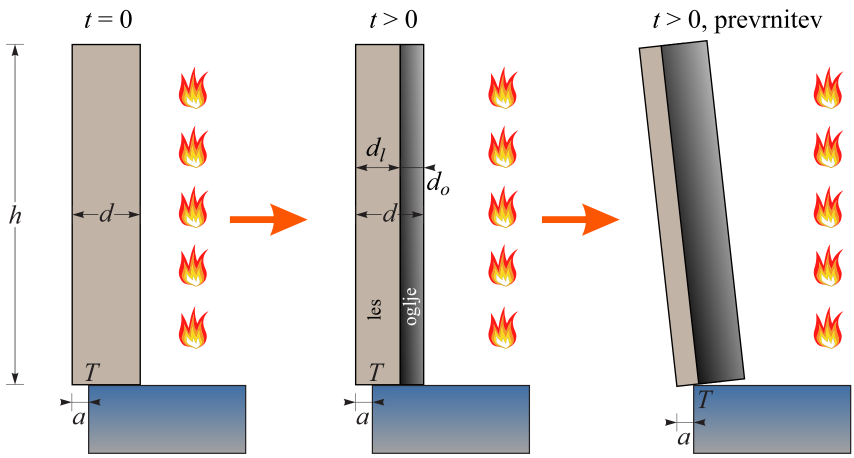


2. naloga

Masivna lesena stena, podprta s togim in toplotno izoliranim temeljem, je na notranji strani izpostavljena požarni obtežbi. Stena je za $a = 3\,\text{cm}$ zamaknjena glede na temelj, kot kaže slika.

Zaradi požarne obtežbe les ogleni s konstantno hitrostjo oglenenja $\beta = 0.7$ mm/min. To pomeni, da je debelina oglja pri času t enaka $d_{\text{oglje}} = \beta \cdot t$. Ugotovi, kdaj se stena prevrne. Pri tem upoštevaj, da je gostota oglja le $5\,\%$ gostote lesa, in da je dolžina stene izven ravnine enaka $L = 100\,\text{cm}$.

Podatki: $h = 50\,\text{cm}$, $d = 10\,\text{cm}$,
$\rho_l = 420\,\text{kg/m}^3$, $\rho_o = 0.05\,\rho_l$, $g = 10\,\text{m/s}^2$.



Rešitev: Delno zoglenela stena se prevrne, ko je rezultanta momentov M^T glede na točko T manjša ali enaka nič. Zapišimo ta pogoj glede na točko T:

$$\sum M^T \leq 0 \rightarrow -\rho_l\,\frac{a^2\,h}{2} + \rho_l \frac{(d_l - a)^2\,h}{2} + \rho_o\,d_o\,h\left(d_l - a + \frac{d_o}{2}\right) \leq 0.$$

Upoštevamo, da je $d_l = d - d_o$ in $\rho_o = 0.05\,\rho_l$ in zapišemo kvadratno enačbo, iz katere lahko izračunamo debelino oglja d_o v trenutku prevrnitve:

$$-a\,d + 0.5\,d^2 + 0.95\,a\,d_o - 0.95\,d\,d_o + 0.475\,d_o^2 = 0.002 - 0.0665\,d_o + 0.475\,d_o^2 = 0.$$

Rešitvi te kvadratne enačbe sta

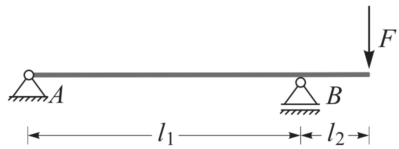
$$d_o = 0.04374\,\text{m} = 43.74\,\text{mm} \qquad \text{in} \qquad d_o = 0.09626\,\text{m} = 96.26\,\text{mm}.$$

Upoštevamo le nižjo vrednost, saj višja vrednost predstavlja stanje, ko zogleneli že skoraj celotna stena in pogoj za prevrnitev ni več izpolnjen. Ob upoštevanju nižje vrednosti izračunamo še čas t_o, pri katerem se stena prevrne

$$t_o = \frac{43.74}{0.7} = 62.5\,\text{min}.$$

3. naloga

S kolikšno silo F lahko obtežimo previs nosilca na sliki, če je največja dovoljena deformacija nosilca v prečnem prerezu na sredini razpona l_1 enaka $\varepsilon_{dop} = 0.0005$?

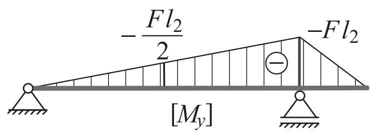


V analizi predpostavimo, da se nosilec obnaša linearno elastično, elastični modul pa je $E = 12000\,\mathrm{MPa}$.

Obravnavani nosilec ima razpon $l_1 = 3\,\mathrm{m}$ in dolžino previsa $l_2 = 0.75\,\mathrm{m}$. Prečni prerez nosilca ima obliko pravokotnika širine $b = 20\,\mathrm{cm}$ in višine $h = 24\,\mathrm{cm}$.

Namig: Odpornostni moment pravokotnega prečnega prereza $W = \frac{bh^2}{6}$, po absolutni vrednosti največjo vzdolžno normalno napetost pa izračunamo tako, da vrednost upogibnega momenta delimo z odpornostnim momentom. Vzdolžno elastično deformacijo pa določimo kot kvocient med vzdolžno normalno napetostjo in elastičnim modulom E.

Rešitev: Najprej moramo določiti upogibni moment. Po absolutni vrednosti največji moment je nad podporo B, na sredini razpona l_1 pa je upogibni moment enak



$$M = \frac{F\,l_2}{2}.$$

Upoštevamo, da je odpornostni moment

$$W = \frac{b\,h^2}{6} = \frac{20 \cdot 24^2}{6} = 1920\,\mathrm{cm}$$

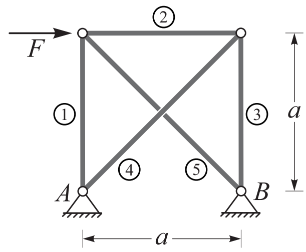
in zapišemo

$$\varepsilon_{max} = \frac{\sigma_{max}}{E} = \frac{M}{E\,W} \leq \varepsilon_{dop} = 5 \cdot 10^{-4}.$$

Sedaj lahko izračunamo iskano največjo silo, ki jo lahko postavimo na previs

$$M = \frac{F\,l_2}{2} \leq 5 \cdot 10^{-4}\,E\,W \quad \rightarrow \quad F_{max} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}\,E\,W}{l_2} = 30.7\,\mathrm{kN}.$$

4. naloga

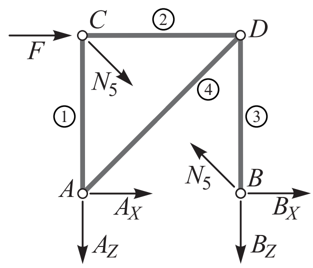


Obravnavamo enkrat statično nedoločeno paličje. Palici 4 in 5 sta mimobežni.

Določi osne sile v palicah, če smo z meritvami ugotovili, da je osna sila $N_5 = -40\,\mathrm{kN}$.

Izračunaj tudi reakcije v podporah A in B.

Podatki: $a = 4\,\mathrm{m}$,
$F = 50\,\mathrm{kN}$.



Rešitev: Z upoštevanjem podatka o velikosti osne sile N_5 lahko izračunamo reakcije in sile v palicah 1, 2, 3 in 4. Iz ravnotežnih pogojev za vozlišče C lahko izračunamo osni sili v palicah 1 in 2, iz ravnotežnih pogojev za vozlišče D pa določimo sili N_3 in N_4. Iz ravnotežnih pogojev za vozlišči A in B določimo še reakcije v podporah A in B.

$$\sum_C X = 0 \quad \rightarrow \quad N_2 + N_5\sqrt{2}/2 + F = 0 \quad \rightarrow \quad N_2 = -21.72\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_C Z = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 + N_5\sqrt{2}/2 = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 = 28.28\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_D X = 0 \quad \rightarrow \quad -N_2 - N_4\sqrt{2}/2 = 0 \quad \rightarrow \quad N_4 = 30.71\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_D Z = 0 \quad \rightarrow \quad N_3 + N_4\sqrt{2}/2 = 0 \quad \rightarrow \quad N_3 = -21.72\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_A X = 0 \quad \rightarrow \quad A_X + N_4\sqrt{2}/2 = 0 \quad \rightarrow \quad A_X = -21.72\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_A Z = 0 \quad \rightarrow \quad A_Z - N_1 - N_4\sqrt{2}/2 = 0 \quad \rightarrow \quad A_Z = 50\,\mathrm{kN},$$

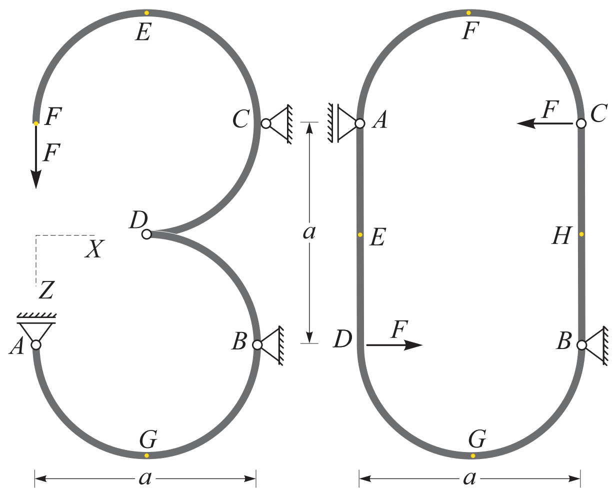
$$\sum_B X = 0 \quad \rightarrow \quad B_X - N_5\sqrt{2}/2 = 0 \quad \rightarrow \quad B_X = -28.28\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_B Z = 0 \quad \rightarrow \quad B_Z - N_5\sqrt{2}/2 - N_3 = 0 \quad \rightarrow \quad B_Z = -50\,\mathrm{kN}.$$

Naloge s sklepnega tekmovanja za 3. letnike

1. naloga

Letos poteka že 30. tekmovanje v gradbeni mehaniki za srednješolce. Zato smo dve konstrukciji prve naloge oblikovali v obliki številke 30.



Za konstrukcjo, ki ponazarja števko ”0”, določi upogibne momente v točkah A, B, C, D, E, F, G in H.

Dodatna naloga: skiciraj diagrame upogibnih momentov.

Podatki: $F = 50\,\mathrm{kN}$,
$a = 4\,\mathrm{m}$.

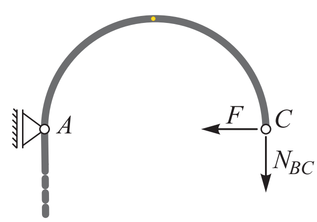
Rešitev: Reakcije v podporah A in B izračunamo iz ravnotežnih pogojev za celotno konstrukcijo.

$$\sum M_Y^B = 0 \quad \rightarrow \quad -A_X\, a + F\, a = 0 \quad \rightarrow \quad A_X = F = 50\,\mathrm{kN},$$

$$\sum Z = 0 \quad \rightarrow \quad B_Z = 0,$$

$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad A_X + B_X = 0 \quad \rightarrow \quad B_X = -A_X = -50\,\mathrm{kN}.$$

Pri računu notranjih sil najprej ugotovimo, da je element BC palica, ki jo iz konstrukcije lahko odstranimo, njen vpliv pa nadomestimo z osno silo N_{BC}, kot je prikazano na sliki. Iz ravnotežnega pogoja glede na vozlišče A za del konstrukcije AC lahko izračunamo, da je sila N_{BC} enaka nič.

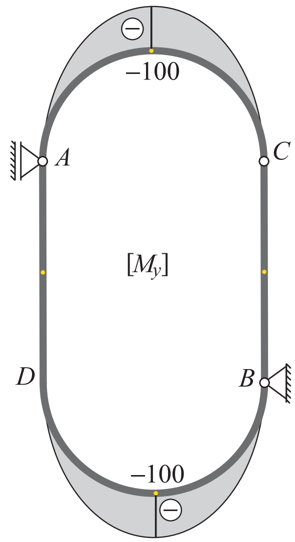


$$\sum_{AC} M^A = 0 \quad \rightarrow \quad -N_{BC}\, a = 0 \quad \rightarrow \quad N_{BC} = 0\,\mathrm{kN},$$

Sedaj lahko določimo upogibne momente v točkah A, B, C, D, E, F, G in H.

$$
\begin{aligned}
M_A &= 0,\\
M_B &= 0,\\
M_C &= 0,\\
M_D &= 0,\\
M_E &= 0,\\
M_F &= -\frac{F\,a}{2} = -100\,\mathrm{kNm},\\
M_G &= -\frac{F\,a}{2} = -100\,\mathrm{kNm},\\
M_H &= 0.
\end{aligned}
$$

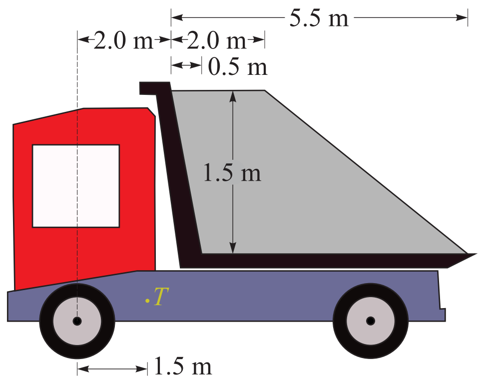
Diagram upogibnih momentov je prikazan na sosednji sliki.



2. naloga

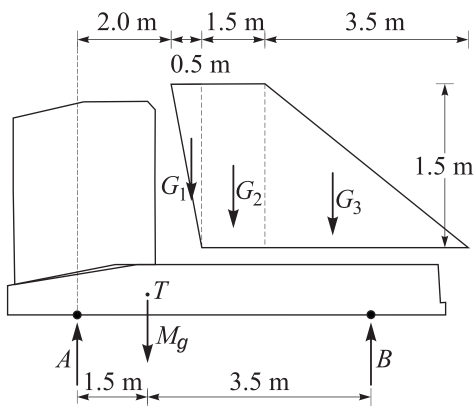
Tovornjak prekucnik je širok $b = 2\,\mathrm{m}$. Naložen je s sipkim materialom z gostoto $\rho = 2100\,\mathrm{kg/m^3}$. Masa praznega tovornjaka je enaka $M = 5200\,\mathrm{kg}$, njegovo težišče pa je $x_T = 1.5\,\mathrm{m}$ za sprednjo osjo. Medosna razdalja tovornjaka je $5\,\mathrm{m}$, težnostni pospešek je $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.

Določi obremenitev obeh osi tovornjaka.



Rešitev: Določimo najprej sile teže tovornjaka, sipkega materiala ter njihove lege glede na prvo os tovornjaka A:

$$
\begin{aligned}
M_g &= M\,g = 52\,\mathrm{kN},\\
x_M &= 1.5\,\mathrm{m},\\
G_1 &= 0.5\cdot 1.5\cdot 2\cdot \rho\,g/2 = 15.75\,\mathrm{kN},\\
x_1 &= 2 + 0.5\cdot 2/3 = 2.33\,\mathrm{m},\\
G_2 &= 1.5\cdot 1.5\cdot 2\cdot \rho\,g = 94.5\,\mathrm{kN},\\
x_2 &= 2 + 0.5 + 1.5/2 = 3.25\,\mathrm{m}.
\end{aligned}
$$



$$G_3 = 3.5 \cdot 1.5 \cdot 2 \cdot \rho\, g/2 = 110.25\,\text{kN},$$

$$x_3 = 2 + 0.5 + 1.5 + 3.5/3 = 5.17\,\text{m},$$

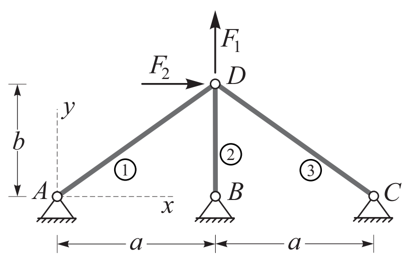
Obremenitvi na osi A in B tovornjaka določimo iz ravnotežnih pogojev:

$$\sum M^A = 0 \quad \rightarrow \quad B\,5 - M_g\,x_M - G_1\,x_1 - G_2\,x_2 - G_3\,x_3 = 0 \quad \rightarrow$$
$$\rightarrow \quad B = 198.3\,\text{kN},$$

$$\sum Y = 0 \quad \rightarrow \quad A + B - M_g - G_1 - G_2 - G_3 = 0 \quad \rightarrow$$
$$\rightarrow \quad A = 74.2\,\text{kN}.$$

3. naloga

Izračunaj osne sile v palicah 1, 2 in 3 prikazane konstrukcije, če poznamo pomik vozlišča D.



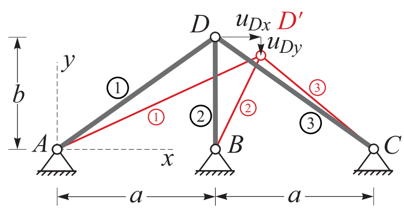
Določi tudi velikosti sil F_1 in F_2, s katerima je paličje obteženo.

Podatki: $a = 4\,\text{m}$, $b = 3\,\text{m}$
$u_{Dx} = 0.00868\,\text{m}$,
$u_{Dy} = -0.00466\,\text{m}$,
$E = 15\,\text{GPa}$,
$A = 0.006\,\text{m}^2$.

Namig: Osno silo v palici izračunamo z enačbo:

$$N = \frac{E\,A}{L}\,\Delta L.$$

Rešitev: Dolžine palic v začetni legi so $L_1 = L_3 = 5\,\text{m}$ in $L_2 = 3\,\text{m}$. Za določitev sprememb dolžin palic moramo določiti deformirane dolžine palic:



$$L_1' = \sqrt{(a + u_{Dx})^2 + (b + u_{Dy})^2} = 5.00415\,\text{m},$$

$$L_2' = \sqrt{u_{Dx}^2 + (b + u_{Dy})^2} = 2.99535\,\text{m},$$

$$L_3' = \sqrt{(a - u_{Dx})^2 + (b + u_{Dy})^2} = 4.99026\,\mathrm{m}.$$

Spremembo dolžin palic izračunamo kot razliko dolžin palic v deformirani in začetni legi:

$$\Delta L_1 = L_1' - L_1 = 0.00416\,\mathrm{m},$$

$$\Delta L_2 = L_2' - L_2 = -0.00465\,\mathrm{m},$$

$$\Delta L_3 = L_3' - L_3 = -0.00974\,\mathrm{m}.$$

Sedaj lahko izračunamo tudi osne sile v vseh treh palicah:

$$N_1 = \frac{E\,A\,\Delta L_1}{L_1} = 74.81\,\mathrm{kN},$$

$$N_2 = \frac{E\,A\,\Delta L_2}{L_2} = -139.42\,\mathrm{kN},$$

$$N_3 = \frac{E\,A\,\Delta L_3}{L_3} = -175.31\,\mathrm{kN}.$$

Velikosti sil F_1 in F_2 izračunamo iz ravnotežnih pogojev za vozlišče D

$$\sum_D X = 0 \quad \rightarrow \quad F_2 - N_1 \frac{4}{5} + N_3 \frac{4}{5} = 0 \quad \rightarrow \quad F_2 = 200\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_D Y = 0 \quad \rightarrow \quad F_1 - N_1 \frac{3}{5} - N_2 - N_3 \frac{3}{5} = 0 \quad \rightarrow \quad F_1 = -200\,\mathrm{kN}.$$

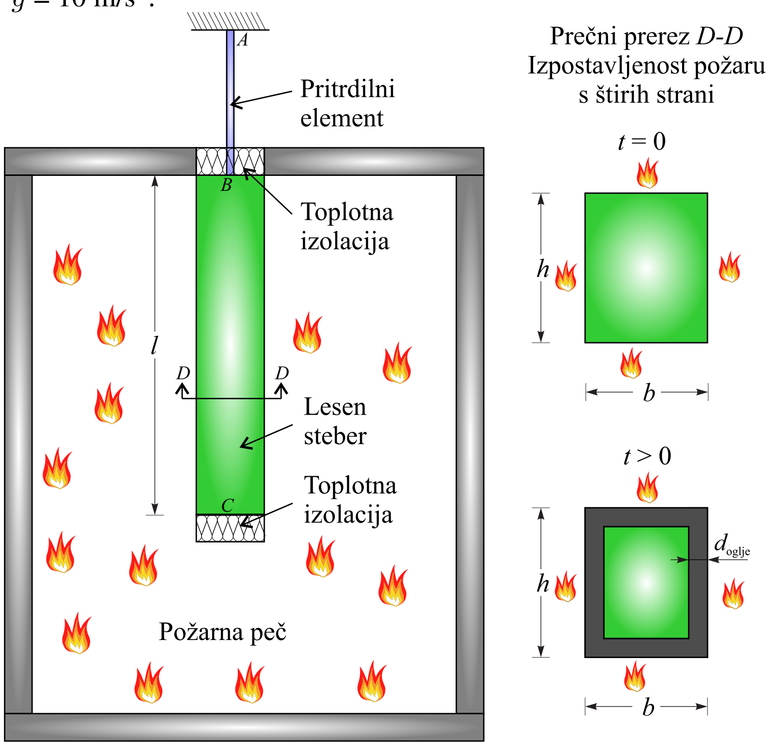
4. naloga

Lesen nosilec dolžine l in s prečnim prerezom $b \times h$ je preko pritrdilnega elementa položen v požarno peč, kot prikazuje spodnja slika. V požarni peči je nosilec izpostavljen povišanim temperaturam, ki jih povzroči požar. Na spodnjem in zgornjem robu (točki B in C na sliki) je nosilec zaščiten s toplotno izolacijo, torej je požaru izpostavljen le po obodu prečnega prereza.

Nosilec ob izpostavljenosti požarni obtežbi ogleni po obodu iz vseh štirih strani s konstantno hitrostjo oglenenja β = 0.8 mm/min. Debelina oglja pri času t znaša $d_{\text{oglje}} = \beta\, t$. Določi reakcijo v podpori A pritrdilnega elementa po 30 minutah požara?

Ugotovi, kdaj se nosilec poruši. Pri tem upoštevaj, da je teža izolacije zanemarljiva in da zogleneli del prečnega prereza nosilca nima natezne nosilnosti. Natezna trdnost nezoglenelega lesa je enaka $f_t = 9\,\text{MPa}$.

Podatki: l = 100 cm,
h = 22 cm,
b = 18 cm,
ρ_{les} = 420 kg/m^3,
$\rho_{\text{oglje}} = 0.10\,\rho_{\text{les}}$,
β = 0.8 mm/min,
g = 10 m/s^2.



Rešitev: Po $t = 30\,\text{min}$ je debelina oglja enaka

$$d_{\text{oglje}} = d = \beta\, t = 24\,\text{mm}.$$

Takrat je teža nosilca enaka vsoti teži lesa in oglja, ki ju izračunamo po naslednjih enačbah:

$$G_l = \rho_{\text{les}}\, V_{\text{les}}\, g = \rho_{\text{les}}\,(h - 2d)(b - 2d)\, l\, g = 95.4\,\text{N},$$

$$G_o = \rho_{\text{oglje}}\, V_{\text{oglje}}\, g = \rho_{\text{oglje}}\,(h\, b - (h - 2d)(b - 2d))\, l\, g = 7.1\,\text{N}.$$

Zaradi simetrije nosilca in obtežbe v podpori A nastopi le navpična reakcija, ki je enaka teži celotnega nosilca

$$A = G_l + G_o = 102.5\,\text{N}.$$

Natezno napetost v prečnem prerezu izračunamo kot kvocient med osno silo in ploščino prečnega prereza lesenega dela nosilca. Ta mora biti manjša od natezne trdnosti lesa f_t

$$\sigma = \frac{G_l + G_o}{A_l} = \frac{A_l\, l \rho_{\text{les}}\, g + (b\, h - A_l)\, l \rho_{\text{oglje}}\, g}{A_l} \leq f_t.$$

Iz te neenačbe lahko izračunamo ploščino prečnega prereza lesenega dela nosilca, pri kateri nosilec še ni porušen:

$$A_l \geq \frac{b\, h\, l \rho_{\text{oglje}}\, g}{f_t - l\, g\,(\rho_{\text{oglje}} - \rho_{\text{les}})} = 0.00001855\,\text{m}^2.$$

Ker je $A_l = (h - 2d)(b - 2d)$, lahko debelino oglja d ob porušitvi nosilca določimo iz naslednje kvadratne enačbe

$$(h - 2d)(b - 2d) = A_l \quad \rightarrow \quad 4d^2 - 2(b + h)\, d + b\, h - A_l = 0$$

Rešitvi zgornje kvadratne enačbe sta

$$d = 8.98\,\text{cm} = 89.8\,\text{mm} \quad \text{in} \quad d = 11.02\,\text{cm} = 110.2\,\text{mm}.$$

Fizikalno smiselna je le prva, saj je debelina oglja pri drugi rešitvi večja od dimenzij prečnega prereza nosilca. Na koncu izračunamo še čas, pri katerem se nosilec poruši:

$$t = \frac{d}{\beta} = \frac{89.8}{0.8} = 112\,\text{min}.$$

Naloge s sklepnega tekmovanja za 4. letnike

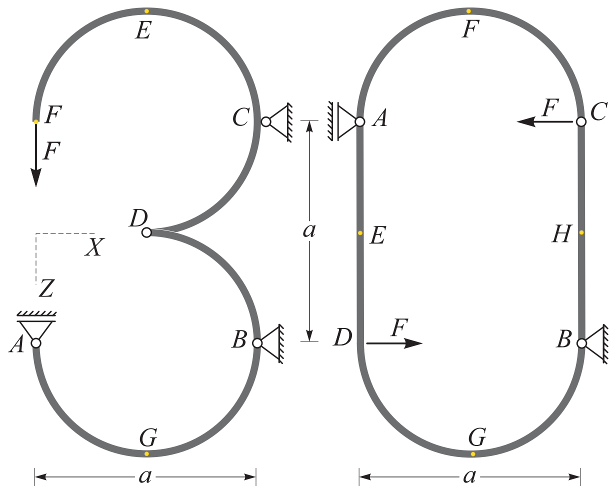
1. naloga

Letos poteka že 30. tekmovanje v gradbeni mehaniki za srednješolce. Zato smo dve konstrukciji prve naloge oblikovali v obliki številke 30.

V konstrukciji, ki ponazarja števko "3", določi upogibne momente v točkah A, B, C, D, E, F in G.

Dodatna naloga: skiciraj diagrame upogibnih momentov.

Podatki: $F = 50\,\mathrm{kN}$,
$a = 4\,\mathrm{m}$.



Rešitev: Najprej določimo reakcije v podporah A_Z, B_X, B_Z, C_X in C_Z iz ustreznih ravnotežnih pogojev. Reakcijo v podpori A določimo iz momentnega ravnotežnega pogoja glede na vozlišče B za del konstrukcije AB:

$$\sum_{AB} M_Y^B = 0 \quad \rightarrow \quad A_Z\, a = 0 \quad \rightarrow \quad A_Z = 0\,\mathrm{kN}.$$

Sedaj lahko iz momentnih ravnotežnih pogojev za celotno konstrukcijo glede na točki B in C določimo reakciji B_X in C_X

$$\sum M_Y^C = 0 \quad \rightarrow \quad F\,a + B_X\, a = 0 \quad \rightarrow \quad B_X = -F = -50\,\mathrm{kN},$$

$$\sum M_Y^B = 0 \quad \rightarrow \quad F\,a - C_X\, a = 0 \quad \rightarrow \quad C_X = F = 50\,\mathrm{kN}.$$

Reakcijo C_Z določimo iz momentnega ravnotežnega pogoja glede na točko D za del konstrukcije FD:

$$\sum_{FD} M_Y^D = 0 \quad \rightarrow \quad F\,\frac{a}{2} - C_X\,\frac{a}{2} - C_Z\,\frac{a}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad C_Z = 0\,\mathrm{kN}.$$

Zadnjo reakcijo določimo iz ravnotežnega pogoja za navpično smer za celotno konstrukcijo:

$$\sum Z = 0 \quad \rightarrow \quad F + C_Z + B_Z + A_Z = 0 \quad \rightarrow \quad B_Z = -F = -50\,\mathrm{kN}.$$

Ker poznamo vse reakcije konstrukcije, lahko iz momentnih ravnotežnih pogojev za dele konstrukcije določimo upogibne momente v točkah A, B, C, D, E, F in G:

$$M_A = 0,$$
$$M_B = 0,$$
$$M_C = -F\,a = -200\,\mathrm{kNm},$$
$$M_D = 0,$$
$$M_E = -\frac{F\,a}{2} = -100\,\mathrm{kNm},$$
$$M_F = 0,$$
$$M_G = 0.$$

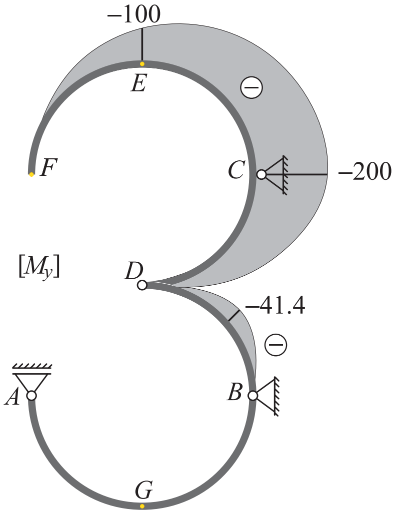
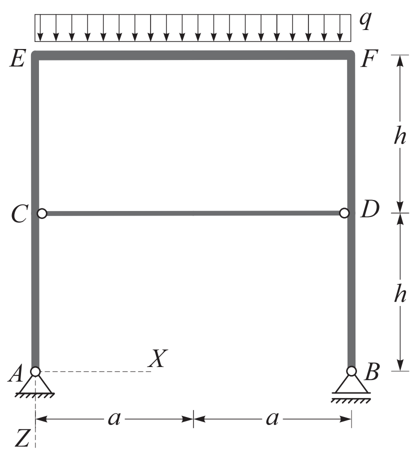


Diagram upogibnih momentov je prikazan na sosednji sliki.

2. naloga

Nariši diagrame osnih in prečnih sil ter upogibnih momentov v prikazani konstrukciji, če sta podana vodoravna pomika v točkah C in D.

Podatki: $q = 20\,\mathrm{kN/m}$, $a = 4\,\mathrm{m}$,
$h = 3\,\mathrm{m}$,
$E = 20000\,\mathrm{kN/cm^2}$,
$A_{CD} = 0.001\,\mathrm{m^2}$,
$I_{AEFB} = 0.00001\,\mathrm{m^4}$,
$u_{Cx} = -6.33\,\mathrm{cm}$,
$u_{Dx} = -6.22\,\mathrm{cm}$.



Namig: Osno silo v palici izračunamo z enačbo: $N = \dfrac{E\,A}{L}\,\Delta L$.

Rešitev: Ker je konstrukcija podprta kot prostoležeči nosilec, reakcije v podporah A in B določimo iz treh ravnotežnih pogojev:

$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad A_X = 0,$$
$$\sum M_Y^A = 0 \quad \rightarrow \quad -B_Z\,2a - q\,2a^2 = 0 \quad \rightarrow \quad B_Z = -q\,a = -80\,\mathrm{kN},$$
$$\sum M_Y^B = 0 \quad \rightarrow \quad A_Z\,2a + q\,2a^2 = 0 \quad \rightarrow \quad A_Z = -q\,a = -80\,\mathrm{kN}.$$

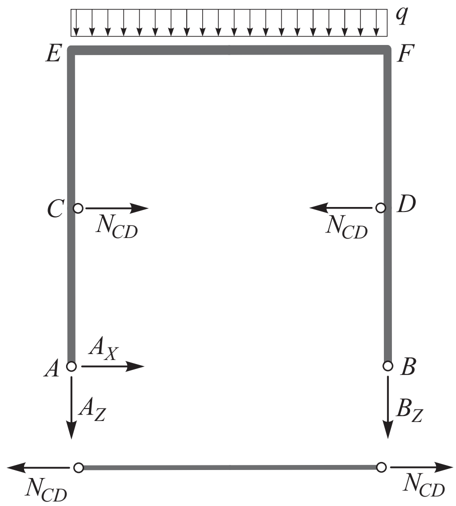
Spremembo dolžine palice CD izračunamo iz razlike pomikov v točkah C in D

$$\Delta L = u_{Dx} - u_{Cx} = 0.11\,\mathrm{cm}.$$

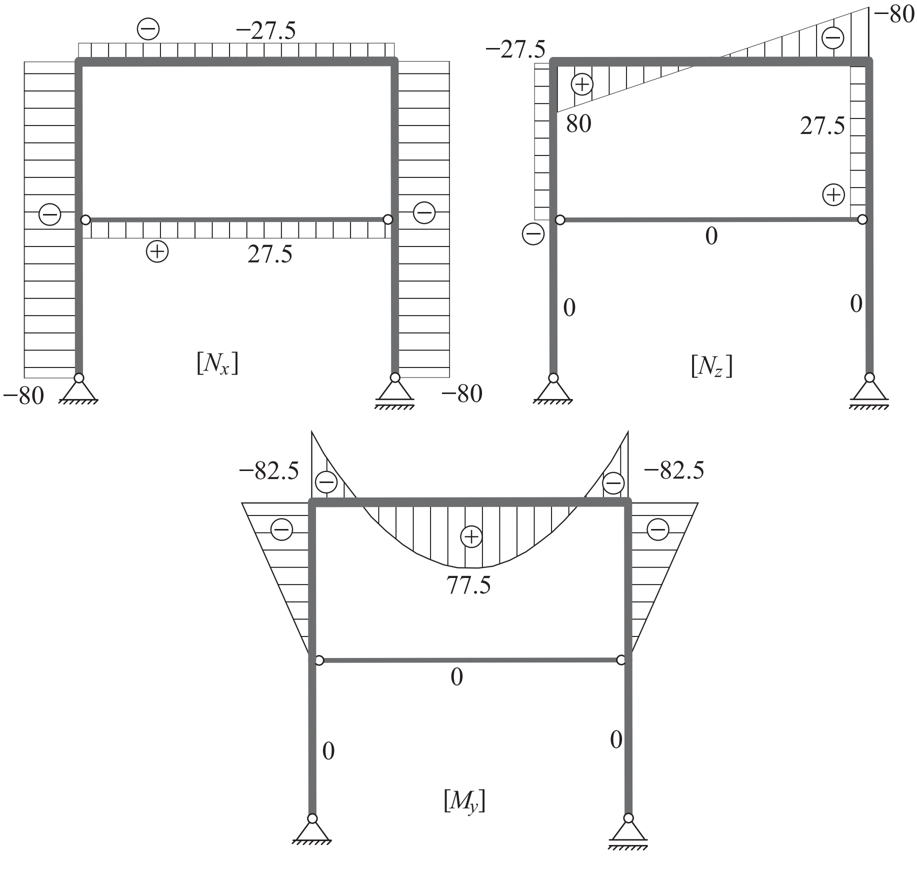
Palica se očitno raztegne, kar pomeni, da v njej nastopi natezna osna sila:

$$N_{CD} = E\,A\,\frac{\Delta L}{L} = 27.5\,\mathrm{kN}.$$

V konstrukciji odstranimo vse podpore in palico CD ter jih nadomestimo z reakcijami v podporah in silo N_{CD}, kot kaže slika.

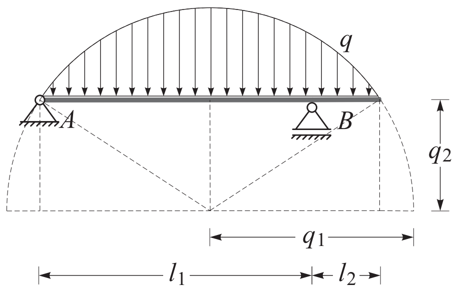


Sedaj lahko izračunamo notranje osne, prečne sile in upogibni moment v poljubni točki konstrukcije. Diagrame notranjih sil in upogibnih momentov prikazujemo na spodnji sliki.



3. naloga

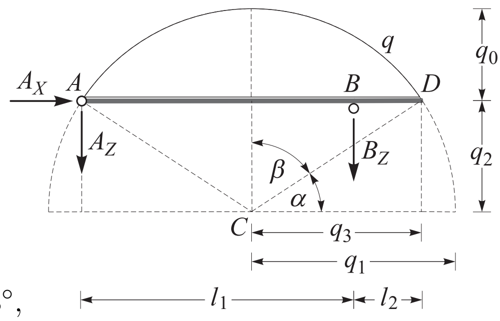
Prostoležeči nosilec s previsom je obtežen z linijsko obtežbo krožne oblike.



Določi reakcije v podporah A in B.

Podatki: $q_1 = 30\,\mathrm{kN/m}$,
$q_2 = 20\,\mathrm{kN/m}$,
$l_1 = 6\,\mathrm{m}$, $l_2 = 2\,\mathrm{m}$.

Rešitev: Obtežba je krožne oblike s polmerom q_1. S slike na desni lahko hitro zapišemo nekaj zvez.



$$q_0 = q_1 - q_2 = 10\,\mathrm{kN/m},$$

$$\sin\alpha = \frac{q_2}{q_3} = \frac{2}{3},$$

$$\alpha = \arcsin\frac{q_2}{q_3} = 0.7297\,\mathrm{rad} = 41.8^\circ,$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha = 0.8411\,\mathrm{rad} = 48.2^\circ,$$

$$q_3 = q_1\cos\alpha = 10\sqrt{5} = 22.36\,\mathrm{kN/m}.$$

Ploščino krožnega odseka izračunamo tako, da od ploščine krožnega izseka odštejemo ploščino trikotnika ACD:

$$A_{\text{odsek}} = A_{\text{izsek}} - A_{ACD} = \frac{\pi\, q_1^2\, 2\beta}{2\pi} - 2\frac{q_1\, q_3}{2} = 309.7\,(\mathrm{kN/m})^2.$$

Če želimo določiti rezultanto linijske obtežbe krožne oblike, moramo upoštevati, da le-ta deluje na razdalji $l_1 + l_2 = 8\,\mathrm{m}$. Zato ploščino krožnega odseka pomnožimo s količnikom $(l_1 + l_2)/(2q_3)$

$$R_q = A_{\text{odsek}}\,\frac{l_1 + l_2}{2q_3} = 55.4\,\mathrm{kN}.$$

Reakcije v podporah izračunamo iz treh ravnotežnih pogojev:

$$\sum X = 0 \quad\rightarrow\quad A_X = 0,$$

$$\sum M_Y^A = 0 \quad\rightarrow\quad -B_Z\, l_1 - R_q\,\frac{l_1 + l_2}{2} = 0 \quad\rightarrow\quad B_Z = -36.9\,\mathrm{kN},$$

$$\sum M_Y^B = 0 \quad\rightarrow\quad A_Z\, l_1 + R_q\,\frac{l_1 - l_2}{2} = 0 \quad\rightarrow\quad A_Z = -18.5\,\mathrm{kN}.$$

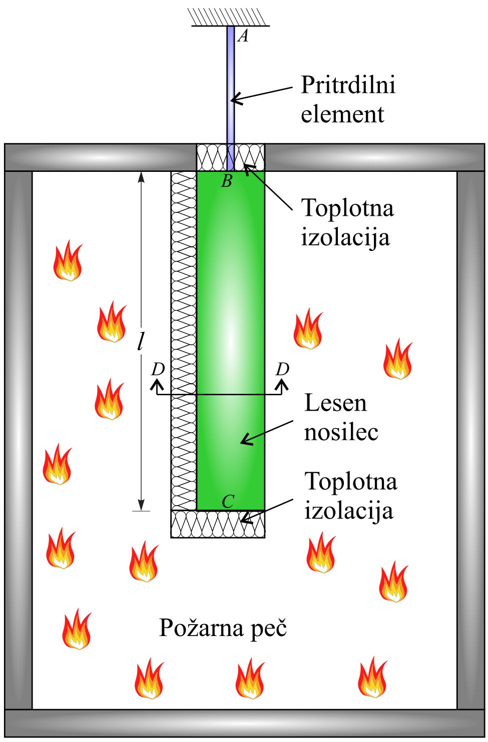
4. naloga

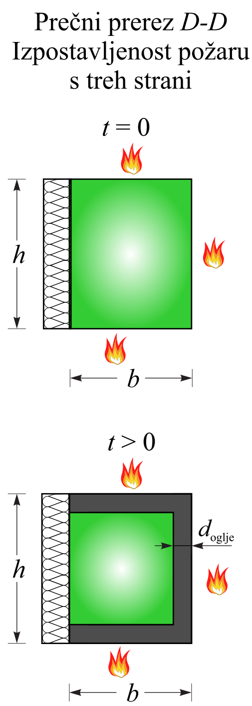
Lesen nosilec dolžine l in s prečnim prerezom $b \times h$ je preko pritrdilnega elementa položen v požarno peč, kot prikazuje spodnja slika. V požarni peči je nosilec izpostavljen povišanim temperaturam, ki jih povzroči požar. Na spodnjem in zgornjem robu (točki B in C na sliki) in le na eni obodni ploskvi je nosilec zaščiten s toplotno izolacijo. To pomeni, da je nosilec požaru izpostavljen le po obodu s treh strani.

Nosilec ob izpostavljenosti požarni obtežbi ogleni po obodu s treh strani s konstantno hitrostjo oglenenja β = 0.8 mm/min. Debelina oglja pri času t je $d_{\text{oglje}} = \beta\, t$. Določi reakcije v podpori A pritrdilnega elementa po 30 minutah požara?

Ugotovi, kdaj se nosilec poruši. Pri tem upoštevaj, da je teža izolacije zanemarljiva in da zogleneli del prečnega prereza nosilca nima natezne nosilnosti. Natezna trdnost nezoglenelega lesa je enaka $f_t = 9\,\text{MPa}$.

Podatki: l = 100 cm,
h = 22 cm,
b = 18 cm,
ρ_{les} = 420 kg/m^3,
$\rho_{\text{oglje}} = 0.10\,\rho_{\text{les}}$,
β = 0.8 mm/min,
g = 10 m/s^2.





Rešitev: Po $t = 30\,\mathrm{min}$ je debelina oglja enaka

$$d_{\mathrm{oglje}} = d = \beta\, t = 24\,\mathrm{mm}.$$

Takrat je teža nosilca enaka vsoti teži lesa in oglja. Izračunamo ju z naslednjima enačbama:

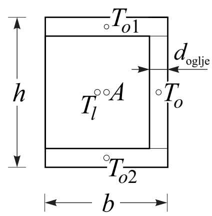
$$G_l = \rho_{\mathrm{les}}\, V_{\mathrm{les}}\, g = \rho_{\mathrm{les}}\,(h-2d)(b-d)\, l\, g = 112.7\,\mathrm{N},$$

$$G_o = \rho_{\mathrm{oglje}}\, V_{\mathrm{oglje}}\, g = \rho_{\mathrm{oglje}}\,(h\, b-(h-2d)(b-d))\, l\, g = 5.4\,\mathrm{N}.$$

Navpična reakcija v podpori je enaka teži celotnega nosilca

$$A = G_l + G_o = 118.1\,\mathrm{N}.$$

Zaradi nesimetrične toplotne izolacije reakcijo v podpori A sestavlja tudi vpetostni moment M_A. Na sliki je prikazan prečni prerez nosilca, razdeljen na štiri dele, eden za les in trije za oglje. Označene so tudi lege težišč teh delov T_l, T_o, T_{o1} in T_{o1}. Vpetostni moment M_A izračunamo iz momentnega ravnotežnega pogoja glede na točko A, ki je v težišču prečnega prereza pritrdilnega elementa. Ročica lesenega dela je



$$r_l = \frac{b-d}{2} - \frac{b}{2} = \frac{d}{2} = 1.2\,\mathrm{cm},$$

ročica srednjega zoglenelega dela pa je enaka

$$r_o = b - \frac{d}{2} - \frac{b}{2} = \frac{b-d}{2}.$$

Ročici spodnjega in zgornjega zoglenelega dela sta enaki nič, zato ta dva dela na prispevata k momentu glede na točko A. Vpetostni moment M_A je enak

$$M_A = \rho_{\mathrm{les}}\,(h-2d)(b-d)\, l\, g\, r_l - \rho_{\mathrm{oglje}}\, d\,(h-2d)\, l\, g\, r_o = 1.22\,\mathrm{Nm}.$$

Ker je vpliv nesimetričnosti obtežbe na vzdolžne napetosti v tem primeru zanemarljiv, izračunamo vzdolžno napetost le zaradi osne sile. Tako določena napetost mora biti manjša od natezne trdnosti lesa f_t

$$\sigma = \frac{G_l + G_o}{A_l} = \frac{A_l\, l \rho_{\mathrm{les}}\, g + (b\, h - A_l)\, l \rho_{\mathrm{oglje}}\, g}{A_l} \leq f_t.$$

Ploščina prečnega prereza lesenega dela nosilca, pri kateri nosilec še ni porušen, je enaka

$$A_l \geq \frac{b\, h\, l \rho_{\mathrm{oglje}}\, g}{f_t - l\, g\,(\rho_{\mathrm{oglje}} - \rho_{\mathrm{les}})} = 0.00001855\,\mathrm{m}^2.$$

Ker je $A_l = (h-2d)(b-d)$, lahko iz te kvadratne enačbe določimo debelino oglja, pri katerem se nosilec poruši

$$(h-2d)(b-d) = A_l \quad \rightarrow \quad 2d^2 - (2b+h)\,d + b\,h - A_l = 0$$

Rešitvi zgornje kvadratne enačbe sta

$$d = 10.99\,\mathrm{cm} = 109.9\,\mathrm{mm} \quad \text{in} \quad d = 18.01\,\mathrm{cm} = 180.1\,\mathrm{mm},$$

Fizikalno je smiselna le prva, saj je debelina oglja pri drugi rešitvi večja od dimenzij prečnega prereza nosilca. Na koncu izračunamo še čas, pri katerem se nosilec poruši:

$$t = \frac{d}{\beta} = \frac{109.9}{0.8} = 137.3\,\mathrm{min}.$$