

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 7 (1979/1980)

Številka 1

Strani 7-8

Dragoljub M. Milošević, prevod Ljubo Kostrevc:

ZANIMIVI PROBLEMI O KOCKI

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija:

<http://www.presek.si/7/410-Milosevic-Kostrevc.pdf>

© 1979 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

ZANIMIVI PROBLEMI O KOCKI

Naj bo kocka dolga p cm ($p \in \mathbb{N}$). Pobarvajmo kocko, nato pa jo razrežimo na kubične centimetre.

Tako dobimo različno pobarvane kockice:

- 8 s treh strani pobarvanih kockic
- $12(p-2)$ z dveh strani pobarvanih kockic
- $6(p-2)^2$ z eno pobarvano ploskvijo in
- $(p-2)^3$ nepobarvanih kockic.

Dokažimo nekaj trditev:

Trditev 1 : Če ni nepobarvanih kockic, potem so vse kockice pobarvane s treh strani.

Dokaz: Nepobarvanih kockic ni, torej $(p-2)^3 = 0$ oz. $p = 2$. Skupno število kockic (p^3) je potem enako 8. Ker je število s treh strani pobarvanih kockic vedno 8, je s tem trditev dokazana.

Trditev 2 : Število nepobarvanih kockic ne more biti enako številu z dveh strani pobarvanih kockic.

Dokaz: Če bi veljalo nasprotno, bi imeli

$$(p-2)^3 = 12(p-2) \text{ oz. } (p-2)^2 = 12 \text{ za } p \neq 2$$

Tega pa ne moremo izpolniti, ker ni naravnega števila, katerega kvadrat bi bil 12.

Trditev 3 : Če je število nepobarvanih kockic k krat ($k \in \mathbb{N}$) manjše od števila z dveh strani pobarvanih kockic, potem je $k = 3$ ali $k = 12$.

Dokaz: Iz predpostavke sledi: $k(p-2)^3 = 12(p-2)$ oz.

$$(p-2)^2 = 12/k \text{ za } p \neq 2$$

Ker je $12/k$ kvadrat naravnega števila, lahko ima k le vrednosti 3 ali 12.

Trditev 4 : Če je število z ene strani pobarvanih kockic m krat ($m \in \mathbb{N}$) večje od števila nepobarvanih kockic, potem je m eden od deliteljev števila 6.

Dokaz: Imamo $6(p-2)^2 = m(p-2)^3$ oz.

$$p-2 = 6/m \text{ za } p \neq 2.$$

Ker sta m in p naravni števili, mora m deliti število 6.

Naloge

1. Naj bo število z ene strani pobarvanih kockic n krat ($n \in \mathbb{N}$) večje od števila z dveh strani pobarvanih kockic. Dokaži, da je skupno število kockic enako kubu parnega števila!
2. Število z ene strani pobarvanih kockic je enako številu z dveh strani pobarvanih kockic. Koliko kockic je nepobarvanih?
3. Naj bo število nepobarvanih kockic s krat ($s \in \mathbb{N}$) večje od števila z dveh strani pobarvanih kockic.
 - a) Določi vse vrednosti za s , ki so manjše od 30!
 - b) Določi število kockic, ki imajo pobarvano samo eno ploskev, če ima s najmanjšo vrednost!
4. Dokaži: število kockic, ki imajo pobarvano samo eno (dve) ploskev, ne more biti 8.
5. Dokaži: če je število nepobarvanih kockic za 50% večje od števila z ene strani pobarvanih kockic, potem je skupno število kockic enako 1331.
6. Dokaži: če je število z ene strani pobarvanih kockic n krat ($n > 1$) manjše od števila z dveh strani pobarvanih kockic, potem je $n = 2$.

Dragoljub M. Milošević

prevedel *Ljubo Kostrevo*
