PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **7** (1979/1980)
Številka 1
Stran 11

Dušan Repovš:

NALOGA O KARTAH

Ključne besede: matematika, rekreacijska matematika, elementarna matematika, bolj za šalo kot zares.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/7/410-Repovs.pdf

BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES

NALOGA O KARTAH *

Na 99 kartah so napisana naravna števila med 1 in 99. Možno je, da se na dveh kartah pojavi isto število. Vemo tole: če izberemo poljubno mnogo kart na poljuben način, vsota števil na njih ni nikoli deljiva s 100. Dokaži, da je to možno samo, če so na vseh kartah napisana ista števila.

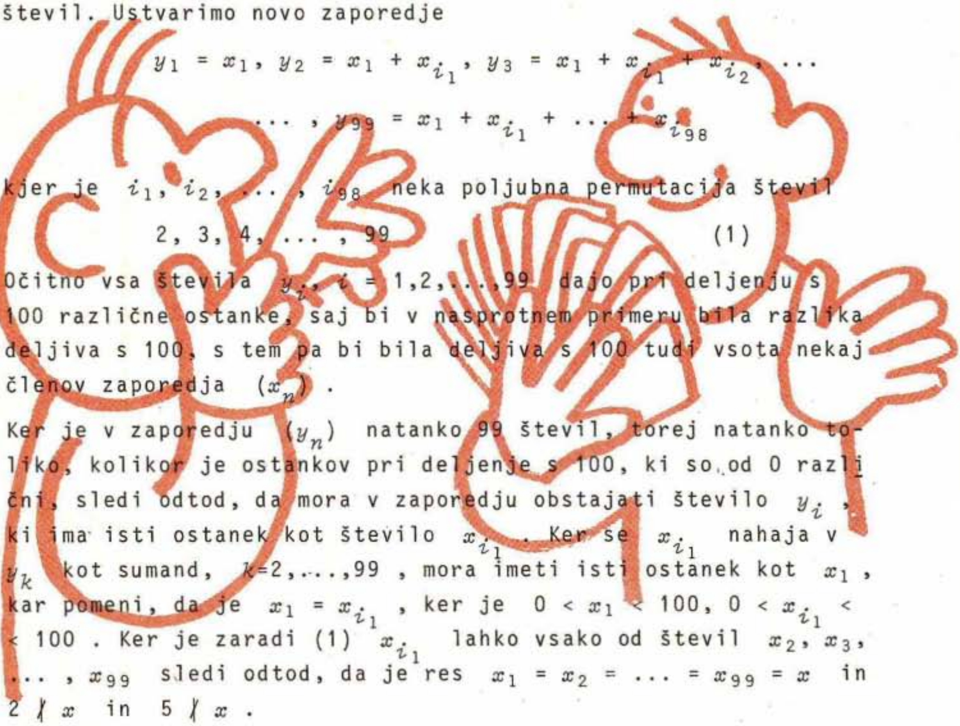
* Ilustriral *Božo Kos*

Dušan Repovš

REŠITVE NALOG

NALOGA O KARTAH - rešitev s str. 11

Označimo z $x_1, x_2, \ldots, x_{99}$ zaporedje opazovanih naravnih števil. Ustvarimo novo zaporedje



$$y_1 = x_1,\ y_2 = x_1 + x_{i_1},\ y_3 = x_1 + x_{i_1} + x_{i_2},\ \ldots$$

$$\ldots,\ y_{99} = x_1 + x_{i_1} + \ldots + x_{i_{98}}$$

kjer je $i_1, i_2, \ldots, i_{98}$ neka poljubna permutacija števil

$$2,\ 3,\ 4,\ \ldots,\ 99 \qquad (1)$$

Očitno vsa števila y_i, $i = 1,2,\ldots,99$ dajo pri deljenju s 100 različne ostanke, saj bi v nasprotnem primeru bila razlika deljiva s 100, s tem pa bi bila deljiva s 100 tudi vsota nekaj členov zaporedja (x_n).

Ker je v zaporedju (y_n) natanko 99 števil, torej natanko toliko, kolikor je ostankov pri deljenje s 100, ki so od 0 različni, sledi odtod, da mora v zaporedju obstajati število y_i, ki ima isti ostanek kot število x_{i_1}. Ker se x_{i_1} nahaja v y_k kot sumand, $k=2,\ldots,99$, mora imeti isti ostanek kot x_1, kar pomeni, da je $x_1 = x_{i_1}$, ker je $0 < x_1 < 100$, $0 < x_{i_1} < 100$. Ker je zaradi (1) x_{i_1} lahko vsako od števil $x_2, x_3, \ldots, x_{99}$ sledi odtod, da je res $x_1 = x_2 = \ldots = x_{99} = x$ in $2 \nmid x$ in $5 \nmid x$.

Literatura:

Matematičko-fizički list, Zagreb, <u>23</u> (1972/73) 4

Dušan Repovš