

Kotaljenje kolesa in število π



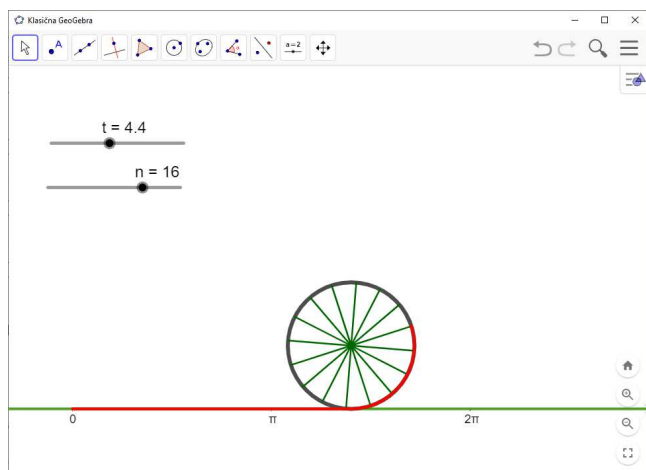
BOŠTJAN KUZMAN

→ 14. marec, Mednarodni dan matematike, ki ga je na pobudo Mednarodne matematične unije (IMU) razglasila organizacija UNESCO, že kar nekaj let popestrijo z zabavnimi matematičnimi dejavnostmi tudi v nekaterih slovenskih šolah. Neuradni dan števila π zato obeležujemo tudi v tokratnem GeoGebrinem kotičku, z vizualizacijo števila π s pomočjo dolžine loka na kolesu, ki se zakotali po ravni podlagi. Morda ste zelo podobno animacijo že videli kje na internetu? Sama ideja res ni več izvirna, toda izdelava animacije je lahko nadvse zabavna tako za dijake in dijakinje kot tudi za njihove profesorice in profesorje.

Osnovna ideja animacije je naslednja: narisali bomo barvno kolo s polmerom 1, ki se kotali po ravni podlagi v odvisnosti od časa t . Ob kotaljenju naj kolo na podlagi pušča barvno sled, katere dolžina bo ob enem zasuku kolesa natanko 2π . Z nekaj do-

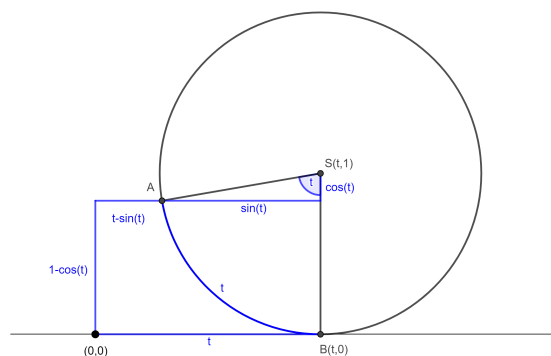
datnimi podrobnostmi in animacijo bo število π na zaslonu kar oživel. Konstrukcijo dobimo z naslednjimi koraki.

- V kot risalne površine postavimo drsnik t , ki naj zavzame vrednosti od 0 do 5 z majhnimi koraki 0,01.
- Površina kotaljenja naj bo os x , torej premica $y = 0$, ki jo vnesemo z enačbo v algebrskem oknu in obarvamo z izbrano barvo, denimo zeleno.
- S spremembo nastavitev koordinatne mreže na osi x izberemo enoto π namesto 1, os y in mrežo pa odstranimo.
- Po premici $y = 0$ bomo kotalili kolo z radijem 1, torej naj bo središče kolesa točka $S = (t, 1)$, kolo pa narišemo z ukazom $\text{Krožnica}(S, 1)$.
- Zdaj razmislimo o gibanju izbrane točke A na obo-
du kolesa. Taka točka kroži enakomerno okrog središča, ki se giblje po premici. Če ima točka A v času $t = 0$ koordinati $(0, 0)$, ima pri pomiku središča S za t v desno koordinate $(t - \sin t, 1 - \cos t)$ (slika 2). Morda ste opazili, da smo zapisali parametrično enačbo kolesnice oz. cikloide. Pravilnost dosedanje konstrukcije lahko preverimo s pomikanjem drsnika levo in desno.



SLIKA 1.

Kolo s polmerom 1 pri kotaljenju pusti sled dolžine 2π .



SLIKA 2.

Točka A na obodu kolesa ima po času t koordinati $(t - \sin(t), 1 - \cos(t))$, saj je pomik središča enak dolžini ustreznega krožnega loka oziroma kotu t vadianih.



- Morda bi si želeli našemu kolesu dorisati še radialne špice, da bo bolj podobno kolesarskemu kolesu? Potem potrebujemo še nekaj dodatnih korakov.

- Na risalno površino najprej dodamo drsnik n za število špic, ki naj bo celo število med 6 in 20.
- Z ukazom `tocke=Zaporedje(S+(sin(t+2*pi/k),cos(t+2*pi/k)),k,0,n-1)` narišemo zaporedje točk, ki predstavljajo krajišča špic.
- Z ukazom `precke=Zaporedje(Daljica(Element(tocke,k),S),k,1,n)` vsako krajišče povežemo s središčem kolesa.

Če smo pravilno sledili vsem korakom, je pred nami kolo, podobno tistemu na sliki 1. Lahko ga preizkusite tudi na spletnem naslovu www.geogebra.org/m/zjjsykmj. Najbolj ustvarjalni navdušenci pa bodo z delom nadaljevali in morda na risalni površini dorisali še drugo kolo in nekaj daljic za ogrodje običajnega kolesa, ali pa celo kolesarja, ki dviga in spušča kolena ob pritiskanju na pedala. Z nekaj matematičnega znanja je možnosti neskončno.



**REŠITEV
NAGRADNE
KRIŽANKE**
PRESEK 49/3

→ Pravilna rešitev nagra-
dne križanke iz tretje
številke Preseka letnika
49 je **Cisoida**. Med pra-
vilnimi rešitvami smo iz-
žrebali naslednje reše-
valce: Andrej Oder iz
Ljubljane, Vlasta Pospeh
Fischer iz Celja in Marko
Žerdin iz Maribora, ki
bodo nagrade prejeli po
pošti.

