Elektromagnetna indukcija in diferencialni prenos

Andrej Likar

James Clerk Maxwell je veliko ime v fiziki. V 19. stoletju (okrog leta 1870) je postavil trdne temelje elektromagnetizma z znamenitimi, po njem imenovanimi Maxwellovimi enačbami, ki veljajo še danes. Pri tem se je oprl na poskuse, ki jih je z veliko zagnanostjo in natančnostjo izvajal Michael Faraday, in se zanašal na nove matematične poti, ki so jih utirali tedanji matematiki.

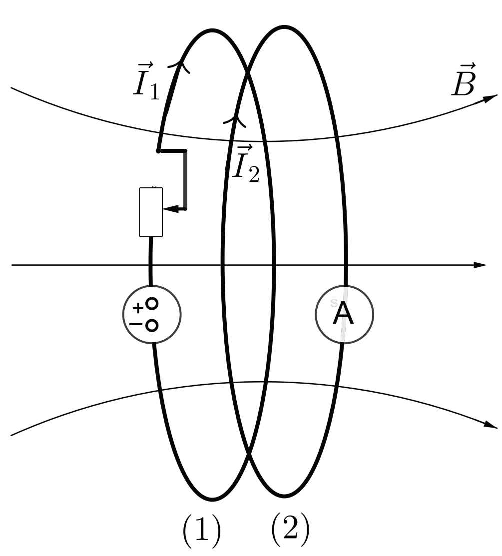
Svoj izjemni talent je James kazal že v rani mladosti. Pozorno je opazoval pojave in naprave okrog sebe. Ob neki priložnosti je povprašal očeta, kako deluje ključavnica. Oče se ni spuščal v podrobnosti in je delovanje razložil v grobih potezah. Tudi sam verjetno ni poznal vseh podrobnosti. A James z razlago ni bil zadovoljen in je zaprepadenemu očetu takole odgovoril: »Da, oče, a, povej mi natančno, kako ključavnica deluje!«

V študijskih letih se je odlikoval s svojim globokim razumevanjem fizikalnih pojavov. Njegov tutor pri eksperimentalnem delu je ob neki prilžnosti izjavil, da na kakršnokoli fizikalno vprašanje James ne more odgovoriti napačno. Prevladuje mnenje, da bi prišel do posebne teorije relativnosti dosti pred Einsteinom, če bi mu bilo dano živeti dlje časa.

Pri študiju elektromagnetnih pojavov si je na začetku pomagal z mehaničnimi analogijami. Ker je zelo dobro poznal mehaniko, električni pojavi pa so bili tudi zanj povsem novo fizikalno področje, se je novim pojavom približal tako, da je poiskal mehanične sklope, ki so se odzivali na podoben ali celo enak način kot električni. Vsem znana je analogija med električnim in vodnim krogom. Vodni tok po cevi je analogen električnemu toku, črpalka bateriji in majhna turbina električnemu uporniku. Tlak vode v cevi je analogen električni napetosti. Za dobršen nabor pojavov je ta analogija povsem ustrezna. Potovanje nabojev v krogu dostikrat primerjamo tudi s smučanjem na urejenem smučišču z vlečnico. Vlečnica potegne smučarja na vrh smučišča (naboj v bateriji potuje iz nižjega potenciala proti višjemu in tako nasprotuje električni sili), potem pa se smučar zabava s spuščanjem po klancu navzdol do vlečnice (naboj potuje po krogu iz uporovne žice do drugega pola baterije). Seveda pa se vsaka analogija slej ko prej konča in postane neustrezna, nerodna in končno tudi nepotrebna. A je pri razlagah dostikrat izjemno uspešna, saj ponazori nekaj novega na način, ki smo ga vajeni.

Nekatere Maxwellove analogije so zapletene in jih pri pouku fizike ne obravnavamo. Druge pa so genialno domiselne in dovolj preproste, da jih je vredno omeniti. Ena takih je analogija med indukcijo v dveh električnih krogih in diferencialnim prenosnikom moči. O tej bo tekla beseda v tem prispevku.

Najprej se spomnimo osnovnega poskusa, s katerim uvedemo elektromagnetno indukcijo. Na sliki 1 sta dve enaki kovinski zanki blizu skupaj. V prvi imamo vključen napetostni vir in drsni upornik, s katerim spreminjamo tok v zanki. V drugi zanki merimo inducirani tok I_2 z občutljivim ampermetrom z danim notranjim uporom R. S spreminjanjem upora v prvem krogu se tam spreminja tudi električni tok I_1, z njim pa magnetno polje, ki ga ta tok povzroča.



SLIKA 1.
Kovinski zanki s skupnim magnetnim pretokom Φ. V levo zanko (1) je vključena baterija z drsnim uporom, da lahko nastavljamo tok I_1 po njej. V desni zanki (2) spremenljiv magnetni pretok inducira tok I_2, ki ga merimo z ampermetrom (A).

Spreminjajoče se magnetno polje pa v drugem krogu zaradi inducirane napetosti požene tok I_2, ki skuša zmanjšati magnetno polje; ta nastane zaradi toka v prvem krogu (Lenzovo pravilo). Ker sta kroga enaka in zelo blizu skupaj, je magnetni pretok Φ skozi obe zanki enak. Inducirana napetost v drugem krogu je torej, kot vemo,

$$U_i = \frac{d\Phi}{dt},$$

torej enaka hitrosti spreminjanja magnetnega pretoka. Magnetni pretok skozi zanki pa je posledica obeh tokov v zankah, torej

$$\Phi = L(I_1 + I_2).$$

Z L smo označili induktivnost zank. Inducirana napetost požene tok I_2, ki je po Ohmovem zakonu

$$I_2 = -\frac{U_i}{R}.$$

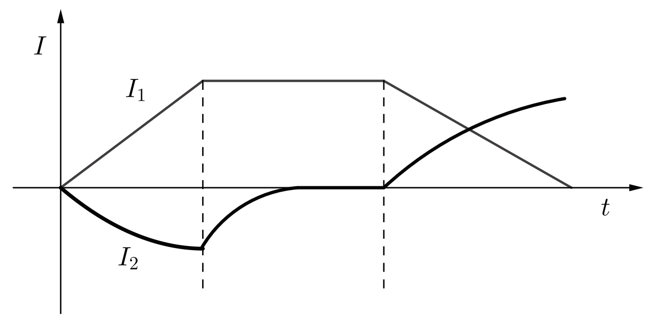
S kombiniranjem zgornjih enačb dobimo zvezo

$$\frac{dI_2}{dt} = -\frac{R}{L}I_2 - \frac{dI_1}{dt}.$$

Če je upor R dovolj majhen in induktivnost L dovolj velika, lahko prvi člen desne strani zanemarimo in dobimo v tem približku zvezo

$$\frac{dI_2}{dt} \approx -\frac{dI_1}{dt}.$$

Hitrosti spreminjanja tokov sta torej po velikosti enaki, a nasprotni. Naraščjoči tok v prvi zanki povzroči naraščajoči tok tudi v drugi zanki, le v nasprotni smeri. Pri superprevodni drugi zanki bi se tokova povsem izničila in ne bi imeli nobenega magnetnega pretoka skozi zanki. Ko se tok I_1 skozi prvo zanko ustali, tok I_2 skozi drugo zanko zaradi upora hitro usahne. Ko nato tok I_1 začnemo zmanjševati, pa se v drugem krogu pojavi tok, ki teče v isto smer kot I_1. Tok I_2 v tem primeru skuša obdržati magnetni pretok na prejšnji ravni (spet po Lenzovem pravilu) in tako pri tem pomaga toku I_1 (glej sliko 2).

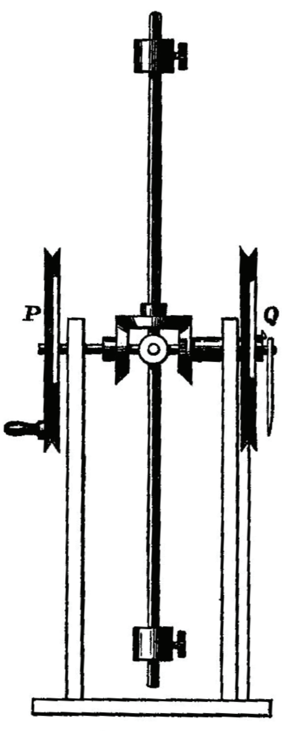


SLIKA 2.
Spreminjanje induciranega toka I_2 v odvisnosti od toka I_1

Taka povezanost tokov v zanki je nenavadna, saj česa podobnega v vsakdanjem življenju ne najdemo. Ali je mogoče to povezanost kako ponazoriti z mehanično napravo? Maxwell je tako napravo našel. V Cavendishevem laboratoriju v Cambridgu imajo na ogled model, ki ga je zasnoval Maxwell. Skico modela najdemo na sliki 3, kot so jo objavili v ponatisu originalnega Maxwellovega dela *A Treatise on Electricity & Magnetism*. V tem delu originalno ni nikakršnega mehaničnega modela, ki bi ponazarjal obravnavano snov. To potrjuje, da je Maxwell mehanične prispodobe povsem opustil, potreboval jih je le med snovanjem svoje teorije elektromagnetnega polja.

Preprostost in ustreznost mehaničnega modela je izdajatelja prepričala v tolikšni meri, da ga je predstavil v ponatisu. Gre za kolesi (na sliki P in Q), povezani z diferencialom, kot ga poznamo iz avtomobilskega pogona. Vmesni zobnik je vpet na vztrajnik (R), ki mu lahko spreminjamo vztrajnostni moment J. Ko v dani smeri (denimo v smeri urinega kazalca) pospešeno vrtimo kolo P, se kolo Q pospešeno vrti v nasprotni smeri. Kolo Q rahlo zaviramo. Ko pospešek kolesa P pojenja in se vrti enakomerno, se kolo Q zaradi zaviranja ustavlja in končno povsem ustavi. Ko začnemo kolo P zavirati, se kolo Q začne pospešeno vrteti v isto smer kot kolo P. Če povežemo kotno hitrost ω_P kolesa P s tokom I_1, kotno hitrost ω_Q kolesa Q s tokom I_2, imamo analogijo s povezanima električnima krogoma. Da je analogija popolna, se prepričamo, ko analiziramo gibanje delov tega modela.

Slika 4 ponazarja razmere v diferencialu. Levi zobnik (p) se vrti s kotno hitrostjo ω_p, desni (q) pa s kotno hitrostjo ω_q. Zobnik na vztrajniku (R) se je zato prisiljen kotaliti po zobnikih p in q s kotno hitrostjo



SLIKA 3.
Maxwellov mehanični model, ki ponazarja indukcijo v električnih krogih. Slika je povzeta iz Maxwellove knjige *Treatise on Electricity and Magnetism*, ponatisnjene leta 1954.

- $\omega_R = \dfrac{\omega_p + \omega_q}{2}.$

Obodna hitrost zobnika r na stiku z zobnikom p je namreč enaka

- $v_{R_p} = \omega_p \varrho_p + \omega_3 \varrho_r,$

kjer je z ω_3 označena kotna hitrost zobnika r okrog lastne geometrijske osi, ϱ_p je povprečni polmer zobnikov p ali q, ϱ_r pa povprečni polmer zobnika r. Obodna hitrost zobnika r na stiku z zobnikom q pa je

- $v_{R_q} = \omega_p \varrho_p + \omega_3 \varrho_r.$

Ker je obodna hitrost v geometrijski osi zobnika r

- $v_{R_0} = \omega_R \varrho_p,$

kar mora biti enako geometrijski sredini njegovih obodnih hitrosti, je ω_R res polovična vsota kotnih hitrosti ω_p in ω_q.

Sili F_p in F_q na stiku zobnikov p in q poskrbita za kroženje vztrajnika (R). Newtonov zakon za vrtenje povezuje navor, krožni pospešek in vztrajnostni moment vztrajnika takole:

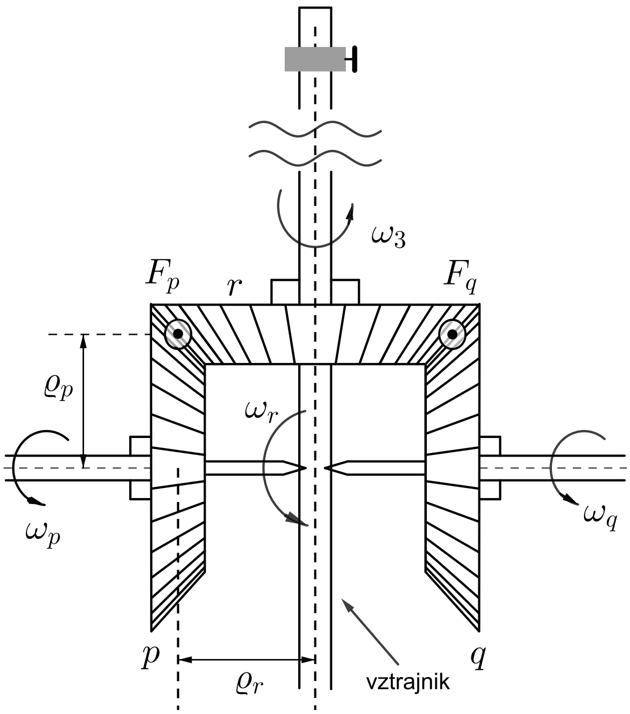
- $J \dfrac{d\omega_r}{dt} = F_p \varrho_p + F_q \varrho_p.$

Vztrajnostne momente koles (P) in (Q) ter vztrajnostni moment vztrajnika okrog njegove geometrijske osi zanemarimo v primeri z vztrajnostnim momentom (J) vztrajnika okrog geometrijske osi koles. To pomeni, da je navor sile F_q na kolo (Q) enak zaviralnemu navoru M_e na to kolo in sta sili F_p in F_q enaki, ker morata biti vsota njunih navorov glede na geometrijsko os vztrajnika enaka nič. Torej imamo še pogoja

- $F_p = F_g,$
  $F_q \varrho_p = M_e.$

Zadnje tri enačbe pripeljejo do zveze:

- $\dfrac{d\omega_q}{dt} = \dfrac{4M_e}{J_R} - \dfrac{d\omega_p}{dt}.$



SLIKA 4.
Skica diferenciala pri izpeljavi povezave med kotnima hitrostma ω_p in ω_q

Če za zaviralni navor M_e postavimo

- $M_e = -k\omega_q$,

se enačbi pri mehaničnem modelu in električnih krogih povsem ujemata. Analogija je torej popolna. Drugačno zaviranje kolesa Q to popolnost le neznatno pokvari.

Mehanični model je do te mere preprost, da ga lahko izdelamo sami. Prenosni zobniki pri modelu ne prenašajo velikih sil in s tem moči, zato so lahko plastični ali celo izdelani iz lesa. Na sliki 5 je tak model, ki smo ga izdelali v domači delavnici. Kolesi P in Q sta kvadratni, da bolje sledimo njunemu vrtenju. Kljub majhnosti in znatnemu trenju v zobnikih deluje dobro. Namesto izvedbe osi, okrog katere se vrti vztrajnik, smo vključili še en zobnik na nasprotni strani zobnika (r). Pri tem pa je potrebno poskrbeti, da se zobnika na vztrajniku lahko vrtita v nasprotnih smereh. Kolo Q zaviramo z lahnim pritiskom prsta nanj.

Diferencial, ki smo ga tu obravnavali, je sestavni del vsakega avtomobila. Pri našem modelu smo poganjali kolo P, pri avtomobilskem diferencialu pa motor poganja vztrajnik, ki nato moč prenese na kolesi P in Q. S tem je navor motorja na obe kolesi skoraj enak, čeprav se kolesi vrtita z nekoliko različnima kotnima hitrostma ω_P in ω_Q. Tak pogon omogoča gladko izpeljavo ovinkov, kjer se notranje kolo glede na ovinek vrti nekoliko počasneje kot zunanje.

SLIKA 5.
Model, izdelan v domači delavnici. Vtrajnik je dolg 22 cm.

× × ×