PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **27** (1999/2000)
Številka 6
Strani 344–347

Marijan Prosen:

TRIJE NAČINI DOLOČITVE TEŽNEGA POSPEŠKA

Ključne besede: astronomija, fizika, merjenja, težni pospešek, nitno nihalo, prožna vzmet.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/27/1423-Prosen.pdf

TRIJE NAČINI DOLOČITVE TEŽNEGA POSPEŠKA

Pospešek prostega pada oziroma težni ali gravitacijski pospešek na površju kakega vesoljskega telesa je pomemben podatek za to telo. Težni pospešek na zemeljskem površju je $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$ ali približno $10\ \mathrm{m/s^2}$, sicer pa se s krajem (zemljepisno širino) spreminja (glej preglednico). V Ljubljani meri $9{,}805\ \mathrm{m/s^2}$.

zemljepisna širina	težni pospešek
0° (ekvator)	$9{,}780\ \mathrm{m/s^2}$ – najmanjši
10°	$9{,}782\ \mathrm{m/s^2}$
20°	$9{,}786\ \mathrm{m/s^2}$
30°	$9{,}793\ \mathrm{m/s^2}$
40°	$9{,}802\ \mathrm{m/s^2}$
50°	$9{,}811\ \mathrm{m/s^2}$
60°	$9{,}819\ \mathrm{m/s^2}$
70°	$9{,}826\ \mathrm{m/s^2}$
80°	$9{,}831\ \mathrm{m/s^2}$
90° (pol)	$9{,}832\ \mathrm{m/s^2}$ – največji

Težni pospešek ob morski gladini v odvisnosti od zemljepisne širine.

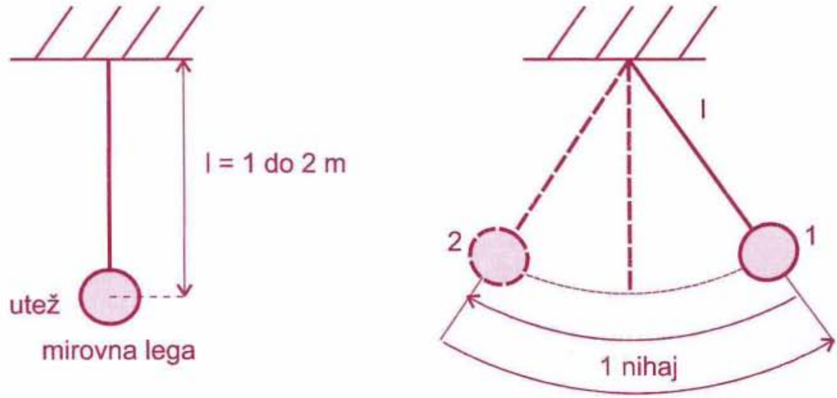
Težni pospešek določimo na več načinov. Omenili bomo tri. Vse lahko opravijo že osmošolci.

1. Določitev z nitnim nihalom

Izhajamo iz enačbe za nihajni čas t_0 nitnega (matematičnega) nihala z znano dolžino l. Za majhne amplitude velja:

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,.$$

Vzamemo eno ali dve nitni nihali (lahko tudi več, vendar ne pretiravajmo) in vsakemu izmerimo nihajni čas. Najbolje je, da izmerimo čas desetih nihajev in nato ta čas delimo z 10, da dobimo čim natančnejšo povprečno vrednost t_0.



Slika 1. Nitno nihalo; v enem nihaju pride utež od skrajne lege na eni strani (1) do skrajne lege na drugi strani (2) in nazaj do (1). Nihajni čas je čas, v katerem nihalo (utež) naredi en nihaj.

Enačbo za t_0 preoblikujemo v $g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{t_0^2}$. Vstavimo vrednosti za t_0 in l v enačbo in izračunamo g. Teh meritev lahko naredimo veliko. Izračunamo povprečno vrednost težnega pospeška. Sestavimo tabelo:

l	t_0	t_0^2	$g = \dfrac{4\pi^2 \cdot l}{t_0^2}$

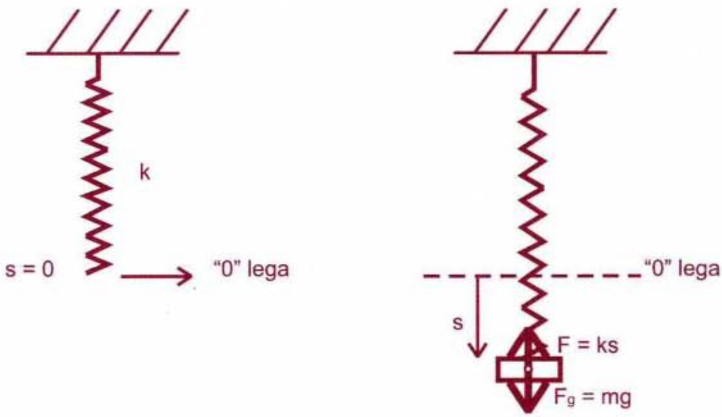
2. Določitev s prožno vzmetjo

Za prožno vzmet (vzmetno tehtnico) v območju prožnosti velja Hookov zakon: podaljšek s je sorazmeren z natezno silo (obremenitvijo) $F = ks$, kjer je k znana konstanta vzmeti (enota N/m).

Če k ne poznamo, ga pred meritvami težnega pospeška še določimo. Na vzmet obesimo nekaj (tri do pet) uteži in vsakič izmerimo podaljšek. Vsak kvocient $\frac{F_1}{s_1}, \frac{F_2}{s_2}, \frac{F_3}{s_3}, \ldots$ da k. Izračunamo povprečno vrednost.

Naj se vzmet podaljša za s, če nanjo obesimo utež z maso m oziroma če na utež deluje sila teže $F_g = mg$.

Vzamemo eno ali dve prožni vzmeti (lahko tudi več, a ne pretiravajmo), nanju obesimo utež z znano maso m in vsakič izmerimo podaljšek s, ko pride do ravnovesja med F in F_g.



Slika 2. Prožna vzmet z znano konstanto vzmeti k, na katero obesimo utež z maso m. Dol vleče $F_g = mg$, gor pa $F = ks$. V ravnovesju je $mg = ks$, od koder sledi $g = \frac{ks}{m}$.

V enačbo $g = \frac{ks}{m}$ vstavimo izmerjene vrednosti za s, m in k ter izračunamo g. Naredimo lahko veliko meritev in izračunamo povprečno vrednost težnega pospeška. Sestavimo tabelo:

k	m	s	$g = \dfrac{ks}{m}$

Primerjamo povprečni vrednosti težnega pospeška po prvem in drugem načinu. Kritično razpravljamo o posameznem načinu.

3. Določitev po teoriji

Ker je sila teže enaka gravitacijski privlačnostni sili med dvema telesoma v vesolju, velja $mg = G\frac{mM}{R^2}$, če je m masa telesa, M masa Zemlje, R polmer Zemlje, G gravitacijska konstanta. Po krajšanju z m dobimo $g = G\frac{M}{R^2}$. To je znana enačba. Iz nje pri znanih G, M in R z lahkoto izračunamo g. Vendar vzemimo, da G in M ne poznamo, poznamo pa $R = 6400$ km (ta podatek učenci dobro poznajo).

Pomagamo si z gibanjem Lune okrog Zemlje. Vzamemo, da se giblje po krožnici s polmerom $r = 384\,000$ km $= 60\ R$ in da je obhodni čas $t_0 = 27{,}3$ dneva. Radialna sila pri kroženju $F_r = m\frac{v^2}{r}$ (če je m masa krožečega telesa, njegova hitrost v, razdalja od središča kroženja pa r) je gravitacijska privlačna sila. Za Luno z znanimi gornjimi podatki velja $m\frac{v^2}{r} = G\frac{mM}{R^2}$, od koder sledi $M = \frac{v^2 r}{G}$, kar vstavimo v prvotno enačbo za $g = \frac{G}{R^2} \cdot \frac{v^2 r}{G} = \frac{v^2 r}{R^2}$. Za izračun težnega pospeška potrebujemo vrednosti za v in r. Ker pa je hitrost ($v = \frac{2\pi r}{t_0} = \frac{2\pi \cdot 384\,000\ \mathrm{km}}{27{,}3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\ \mathrm{s}} = 1$ km/s; Luna se giblje s hitrostjo 1 km/s) odvisna od obhodnega časa t_0, dejansko za izračun potrebujemo le r in t_0. Sedaj v enačbo vstavimo vrednosti za v, r in R ter izračunamo težni pospešek poljubno natančno, odvisno od tega, s kako natančnimi podatki razpolagamo.

Pred leti smo si na astronomskem taboru zadali nalogo, da izračunamo g samo s podatki, ki jih znamo na pamet. Težni pospešek smo ocenili takole: $g \approx \frac{(1000\ \mathrm{m/s})^2 \cdot 60\ R}{R^2} = \frac{10^6\ \mathrm{m^2/s^2} \cdot 60}{6\,400 \cdot 10^3\ \mathrm{m}} \approx 9{,}4\ \mathrm{m/s^2}$. Pri tem smo naredili 4% napako, kar pa je v okviru pouka fizike v osnovni šoli sprejemljivo. Težni pospešek smo izračunali, ne da bi uporabili vrednost gravitacijske konstante, to je podatka, ki ga redko znamo na pamet.

Ob koncu naj povem še drobno zanimivost.

Luna je zelo zapleteno vesoljsko telo. Čeprav nam je od vseh vesoljskih teles najbliže, težko obvladamo vse njene muhavosti. Merjenja količin v zvezi z Luno so zelo zahtevna, saj se stalno in zelo hitro spreminjajo. Seveda to velja tudi za vrednosti t_0 in r. Vrednosti $r = 60R$ in $t_0 = 27{,}3$ dneva pomenita povprečni vrednosti, dobljeni iz zares številnih opazovanj Lune, ki jih astronomi ne opravijo v enem tednu ali mesecu, ampak v dolgih desetletjih. (*Opomba*: Ti dve vrednosti pravzaprav nihata, $r = 60R \pm 3R$ in $t_0 = 27{,}3$ dneva $\pm\ 0{,}5$ dneva.)

Da bi preveril veljavnost svojega gravitacijskega zakona, je Newton, ki vrednosti gravitacijske konstante še ni poznal, nujno potreboval podatka za t_0 in r. Zanju je prosil prvega kraljevega (greenwiškega) astronoma Flamsteeda, ki je veliko opazoval Luno in je edini razpolagal s tema podatkoma. Newton in Flamsteed nista bila v prijateljskih odnosih. Podatka je Newton dobil, vendar šele po dolgem prepričevanju in prosjačenju.

Tako je bila Luna prvo vesoljsko telo, na katerem je Newton uspel potrditi ta, v vesolju splošno veljavni zakon.

Marijan Prosén