
VERJETNOST IN ZNANSTVENI MODELI SVETA

P e t e r L u k a n

Dva obraza verjetnosti

Čeprav so igre na srečo stare skoraj toliko kot človeška civilizacija, je razvoj matematične teorije verjetnosti, ki se je izdatno napajal v analizi iger na srečo, doživel svoj nagel vzpon šele v drugi polovici 17. stoletja. Z vzponom je tu mišljeno, da so se oblikovali temeljni pojmi verjetnosti, kot jih poznamo danes, in se uveljavili v tedanjem prevladujočem matematičnem diskurzu.¹ Za temeljni kamen teorije verjetnosti se običajno šteje korespondenca med Pascalom in Fermatom iz leta 1654, v kateri obravnavata problem nekega izida pri kockanju, katerega verjetnost je bila kockarjem 'v praksi' že dobro znana.²

Raziskovalci zgodovine verjetnosti navajajo različne možne razloge za relativno pozen razvoj teorije, skoraj vsi pa kot pomemben dejavnik izpostavljajo dotedanjo nezadostno stopnjo razvitosti algebre, ki je potrební pogoj za verjetnostni račun. Razvoj algebre se je v Evropi sicer pomembno obnovil šele s Fibonaccijem na začetku 13. stoletja, odločilen zagon pa je dobil s Françoisom Viètom konec 16. stoletja. Drugi dejavnik naj bi bil materialnega izvora: kocke, s katerimi so običajno kockali v antiki, tako imenovani *astrogalusi*, so imele štiri plati z neenakimi verjetnostmi izidov.³ To naj bi dodatno onemogočilo razvoj verjetnostnega računa, katerega ena glavnih predpostavk je bila predpostavka o enaki

¹ Ian Hacking, *The Emergence of Probability*, Cambridge University Press, Cambridge, 1987, gl. str. 1–16.

² Donald Gillies, *Philosophical Theories of Probability*, Routledge, New York, 2000, gl. str. 10. V kockarskih krogih je tedaj bilo znano, da je bolj ugodno staviti proti izidu enega para šestice v 24 metih kot pa zanj, ter bolje staviti za izid ene šestice v 4 metih kot proti njemu. Pascal je pravilno izračunal, da sta verjetnosti za ta dva dogodka na štiri mesta natančno 0,4914 in 0,5177, kar pomeni, da je bil nekakšen čut za kockanje precej izostren pri igralcih.

³ Donald Gillies, *op. cit.*, gl. str. 22–24. To so bile kosti iz pete kakšne živali in so zato bile nepravilne.

verjetnosti izidov. Dodaten uvid ponuja Sambursky,⁴ ki pravi, da je za vzpon teorije verjetnosti bila pomembna sprememba v odnosu do iger na srečo, ki se je napajala v novem pristopu preučevanja narave, ki se je uveljavil z Galilejem, namreč v eksperimentu. Bistveni značilnosti eksperimenta sta stalnost in ponovljivost pogojev njegovega izvajanja z namenom preučevati spreminjanje omejenega števila nekaterih drugih parametrov, in sicer s ponavljanjem in beleženjem izidov. Takšen poskus so lahko tudi izidi igre na srečo.

Od oblikovanja teorije verjetnosti dalje se je vedno bolj začelo kazati nespravljlivo nasprotje glede tega, kako razumeti izračunane številčne verjetnosti.⁵ Gre tu za neko objektivno količino, za lastnost zunanjega sveta ali za mero subjektivne napovedi, ki izhaja iz našega omejenega poznavanja okoliščin? V tem smislu je med matematiki verjetnosti še danes živa delitev na tako imenovane probabiliste, ki verjetnost razumejo kot stopnjo subjektivnega prepričanja, in frekventiste, ki številčno verjetnost razumejo kot mero relativne pogostosti pojavljanja določene- ga izida oziroma pojava. Filozofi verjetnosti uporabljajo različne oznake za ti dve interpretaciji, pogosto se govori o subjektivni in objektivni verjetnosti,⁶ Gillies pa iz historičnih razlogov raje uporablja delitev na epistemsko in objektivno verjetnost, ki ju nadalje razdeli v vsega skupaj štiri interpretacije verjetnosti.⁷ Za potrebe pričujočega članka se bom držal Gilliesovih oznak.

Da je verjetnost res Janus dveh obrazov postane toliko bolj očitno, če upoštevamo, da tako epistemska kot objektivna teorija verjetnosti temeljita na istih matematičnih aksiomih, ki jih je dokončno oblikoval ruski

⁴ S. Sambursky, *On the Possible and Probable in Ancient Greece*, v: *Osiris*, 12, 1956, gl. str. 46–48. Ponatisnjeno v: Kendall, Maurice & Plackett (ur.): *Studies in the History of Statistics and Probability, Volume II*, Charles Griffin & Company Limited, London, 1977, str. 12–14.

⁵ O tem veliko piše Ian Hacking v svojih delih o verjetnosti in tudi Donald Gillies (gl. literaturo).

⁶ Kot piše Donald Gillies, *op. cit.*, str. 19–20, to delitev uporabljajo na primer K. Popper, R. Carnap, občasno tudi Ian Hacking.

⁷ Gillies, *op. cit.*, gl. str. 1. K epistemski verjetnosti nadalje uvršča logično teorijo verjetnosti, katere najvidnejši predstavnik je bil John Maynard Keynes, ter subjektivno teorijo, ki sta jo nekoliko kasneje neodvisno razvila Bruno de Finetti in Frank Ramsey. K objektivni verjetnosti prišteva frekventistično teorijo verjetnosti, katere glavni predstavnik je Richard von Mises, in teorijo nagnjenj <*propensity theory*> Karla Popperja.

matematik Andrej Kolmogorov leta 1933.⁸ Na iste formalne predpostavke se torej opirata tako na frekventističnem pojmovanju utemeljena statistika kot teorija odločanja, ki se je razvila iz epistemske teorije verjetnosti v drugi polovici 20. stoletja.⁹ Kljub skupnemu formalnemu izhodišču pa imata obe interpretaciji različne teoretične poudarke. Eden osrednjih pojmov epistemske teorije verjetnosti je pojem pogojne verjetnosti,¹⁰ ki ga je prvi formuliral angleški matematik Thomas Bayes. Tako imenovano Bayesovo pravilo ali teorem,¹¹ ki vsebuje pojem pogojne verjetnosti, predstavlja model racionalnega opisa učenja iz danega izkustva (tj. pri danem pogoju). S pravilom lahko opišemo konvergenco različnih začetnih subjektivnih ocen za verjetnost nekega dogodka ob upoštevanju istih izkustvenih danostih. Po drugi strani je pojem pogojne verjetnosti za objektivno teorijo verjetnosti brez posebne vrednosti, tudi v matematično teorijo je uveden s posebnim pravilom, medtem ko je pri epistemiški teoriji verjetnosti tako rekoč del osnovnih definicij.¹² Eden osrednjih pojmov oziroma predpostavk za objektivno teorijo verjetnosti je enaka verjetnost elementarnih dogodkov. Če to predpostavko uporabimo pri bayesovskem pogojevanju, ugotovimo, da do konvergence ocen sploh ne more priti, drugače rečeno, za bayesovsko učenje je potrebna neenaka verjetnost elementarnih dogodkov.¹³

Med teoretiki verjetnosti še vedno v veliki meri vlada razdor glede tega, katero pojmovanje verjetnosti je pravilno, čeprav bolj filozofsko navdahnjeni raziskovalci, kot sta Hacking in Gillies, večinoma zagovar-

⁸ Aksiomi so naslednji (navedeno po Ian Hacking, *The Logic of Statistical Inference*, Cambridge University Press, Cambridge, 1965, str. 4):

1. Normiranje mere verjetnosti: $0 \leq p(E) \leq 1$;
2. Verjetnost gotovega dogodka: $p(\Omega) = 1$;
3. Pravilo za vsoto verjetnosti neodvisnih dogodkov: $p(E \cup F) = p(E) + p(F)$.

⁹ Ian Hacking, *An Introduction to Probability and Inductive Logic*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001, gl. str. 110–111.

¹⁰ Pogojna verjetnost $p(A|B)$ je verjetnost za dogodek A pri pogoju, da se je zgodil dogodek B.

¹¹ Bayesovo pravilo govori tem, kako se spremeni verjetnost neke hipoteze H ob novih opazovanih podatkih E. Velja, da je nova verjetnost hipoteze H ob pogoju E enaka $p(H|E) = p(E|H)p(H)/p(E)$. Tu je $p(H)$ prvotna verjetnost hipoteze, $p(E)$ verjetnost za opazovane podatke, $p(E|H)$ pa verjetnost, da naletimo na podatke E, če res drži hipoteza H oziroma kako pogosto takšni izidi po hipotezi H nastopijo; angleški izraz za $p(E|H)$ je *likelihood*.

¹² Donald Gillies, *op. cit.*, gl. str. 65–66.

¹³ *Ibid.*, gl. str. 45–46.

jajo tezo, da je objektivna teorija verjetnosti ustrezna za rabo v naravoslovju, epistemska pa v družbenih vedah. Eden od argumentov za takšno prepričanje je, da se pri objektivnem pojmovanju, ki se ukvarja z relativnimi frekvencami izidov ali nekega pojava, daje izjave glede množice dejanskih dogodkov, medtem ko se pri epistemski interpretaciji izjave nanašajo na nek posamezen prihodnji dogodek. Ta delitev uporabe sicer nima tako ostre meje, poleg tega pa, kot bomo videli, lahko raba v določenih okoliščinah sovpada.

Vstopanje verjetnosti v naravoslovje

Medtem ko se je statistika najprej uporabljala za davčne in vojaške popise, prvi primeri uporabe teorije verjetnosti pa so analizirali igre na srečo ter rojstva in smrti med prebivalstvom za potrebe državnih rent,¹⁴ se je vstop teorije verjetnosti v razvijajočo se fizikalno znanost zgodil preko teorije meritvenih napak sredi 18. stoletja. Razvil jo je Thomas Simpson in objavil leta 1756, ko je prvi uvedel krivuljo napak,¹⁵ danes bolj znano pod imenom Gaussova krivulja, na začetku 19. stoletja pa sta rigorozno teorijo napak uveljavila tako Carl Friedrich Gauss kot Pierre-Simon de Laplace. Tako je povezava med fizikalno eksperimentalno metodo in uporabo teorije verjetnosti v naravoslovju bila vzpostavljena že ob samem vstopu teorije verjetnosti v naravoslovje.

Drugi pomemben korak pri vstopu teorije verjetnosti v fiziko je bila formulacija prvega statističnega zakona v fiziki. To je bil zakon Jamesa Clerka Maxwella iz leta 1859 o porazdelitvi hitrosti molekul, ki je dal pomembno vzpodbudo za razvoj nove fizikalne panoge, statistične fizike. Za očeta slednje velja sicer Ludwig Boltzmann, ki je bil študent slovenskega fizika Jožefa Stefana. Če je oblikovanje rigorozne teorije meritev

¹⁴ Ian Hacking, *The Taming of Chance*, Cambridge University Press, Cambridge, 1990, gl. str. 2–3.

¹⁵ Hilary L. Seals: *A Budget of Paradoxes*, v: *The Journal of the Institute of Actuaries Students' Society*, 13, 1954, gl. str. 60–65. Ponatisnjeno v: *Studies in the History of Statistics and Probability, Volume II* (gl. tč. 10), str. 24–29. Podobno izpeljavo, kot je napravil Simpson, je napravil tudi Abraham de Moivre že na začetku 18. stoletja, vendar iz nje ni pridobil krivulje, še manj pa je to izpeljavo povezal z napakami pri meritvah.

pomenilo vstop teorije verjetnosti v eksperimentalno znanstveno prakso, je Maxwellov zakon pomenil njen vstop v fizikalno teorijo.

Tretji pomemben razvoj v odnosu med verjetnostjo in naravoslovjem nasploh, s katerim se v pričujočem članku zaradi omejenega obsega ne bomo ukvarjali, pa je bilo oblikovanje statističnih testov v prvih treh desetletjih 20. stoletja, s katerimi se je oblikovala temeljna teorija obravnave znanstvenih hipotez. Pionirji statističnih testov, kot so Karl Pearson, William Gosset in Ronald Fischer so tedaj privedli statistiko do neslutenega razcveta.¹⁶ Korak dlje v tej smeri pomeni tudi oblikovanje metodologije doseganja znanstvenega konsenza kot del konteksta upravičenja znanstvenih teorij. Slednja se je začela razvijati kot odgovor na kritike v zvezi s subjektivnim vplivom znanstvenikov na razvoj znanstvenih teorij, kot so bile Kuhnove in Feyerabendove. Ta metodologija sloni na subjektivni interpretaciji verjetnosti.¹⁷

Naj zgolj omenim še računsko-tehnično plat vstopa verjetnosti v znanost, in sicer računanje s pomočjo naključno generiranih zaporedij števil. Vse do izuma elektronskih računalnikov po drugi svetovni vojni so se v ta namen uporabljale tablice naključnih števil kot na primer Kendallova in Smithova¹⁸ s 100.000 naključnimi števili, v dobi računalnikov pa se je razvila računska metoda Monte Carlo, ki je v veliki meri pripomogla k razvoju znanstvenih modelov.

Igre na srečo in meritve

Teorija meritvenih napak je dobila dokončen zagon z Gaussovim in Laplaceovim delom.¹⁹ Pri njiju sta se združili dve poti matematičnega spopadanja s podatki iz meritev – teorija o njihovi distribuciji po normalni krivulji, ki jo je dobre pol stoletja prej formuliral Simpson, in teorija o linearni interpolaciji meritev, ki jo je razvil Ruđer Bošković²⁰ v

¹⁶ Donald Gillies, *op. cit.*, gl. str. 145–146.

¹⁷ Roger M. Cooke: *Experts in Uncertainty: Opinion and Subjective Probability in Science*, Oxford University Press, Oxford, 1991, gl. str. 18.

¹⁸ M. G. Kendall in B. B. Smith, *Tables of Random Sampling Numbers*, Cambridge, 1939.

¹⁹ Tu sta mišljeni predvsem Gaussovo delo *Theoria Motus Corporum Coelestium Sectionibus Conicis Solem Ambientium* (1809) in Laplaceovo delo *Theorie Analytique des Probabilites* (1812).

²⁰ Churchill Eisenhart, *Boscovich and the Combination of Observation*, v: L. L. White (ur.): *Roger Joseph Boscovich*, Allen & Unwin, London, 1961, gl. str. 200–212. Ponatisnjeno v: *Studies*

približno istem času. Gauss in Laplace sta bila prva eminentna znanstvenika, ki sta uporabljala tako rigorozen pristop pri obdelavi podatkov in s tem prispevala k uveljavitvi te metode v naravoslovju. Tako so rezultati meritev bili podani s srednjo vrednostjo in 'verjetno napako'²¹ (danes se uporablja izraz standardna deviacija).

Vzporednica med izidi meritev in iger na srečo je bila že zgodaj opažena in poudarjena. Gauss je na primer izide merjenja položajev zvezd primerjal s porazdelitvijo različnih izidov za serijo metanja kovanca, saj v obeh primerih dobimo normalno porazdelitev.²² Kot že omenjeno, Sambursky celo trdi, da je na razvoj verjetnostnega računa pri igrah na srečo vplivala uvedba nujnosti eksperimenta v naravoslovje. Kaj je meritvam in igram na srečo torej skupnega, da izkazujejo regularnost, ki jo lahko opišemo na enak način? Kot uvod v odgovor moramo odgovoriti najprej na neko drugo vprašanje, in sicer, na katero lastnost realnega sveta kažejo izidi iger na srečo?

Za izide meritev bi verjetno brez večjih pomislov lahko dejali, da podajajo neko lastnost merjenega objekta (položaj zvezde, temperaturo zraka ...). Takšen odgovor temelji na galilejski paradigmi znanosti, ki opazovalca pojmuje kot povsem ločenega od objekta opazovanja. Temu ustrezno poskuša opazovalec v praksi izničiti kakršenkoli lasten vpliv na opazovani sistem. Takšno pojmovanje objektivnih lastnosti merjenih objektov je kot tehtno abstrakcijo utemeljila ravno teorija meritev, ki je prispevala postopek za takšno obdelavo *serije* meritev, da je njegov rezultat, torej srednjo vrednost meritve, mogoče razumeti kot *eno* izmed izmerjenih lastnosti objekta. Pri merjenju torej dobimo iz serije izmerkov, ki ima normalno porazdelitev relativnih frekvenc izidov, eno domnevno objektivno lastnost.

Kako pa izide razumemo pri igrah na srečo? Vsaka 'poštena' igralna kocka ima enake verjetnosti, da pade katerakoli od šestih števil, ravno tako je pri vsakem 'poštenem' kovancu verjetnost obeh izidov enaka. O lastnosti kovanca lahko govorimo, če povzamemo serije metov,

in the History of Statistics and Probability, Volume II, str. 88–100.

²¹ Izraz je bil Besselov in se je širše uporabljal že od njegove uvedbe dalje 1815. Izraz standardna deviacija je Pearsonov iz 1895. Glej: Hacking, *The Taming of Chance*, str. 107.

²² Ian Hacking, *The Taming of Chance*, gl. str. 107. Tu je potrebno poudariti, da govorimo o meritvi statične količine za razliko od dinamične količine, ki je s časom spremenljiva.

pri katerih lahko razberemo relativne pogostosti posameznih izidov. Ali so relativne pogostosti izidov pri seriji metov kovanca ali kockanju lastnost kovanca oziroma kocke? Hacking to vprašanje zastavi kot enega temeljnih pri razumevanju verjetnosti. Njegov odgovor se glasi, da gre za lastnost verjetnostne postavitve *<chance set-up>*. »Verjetnostna postavitve je naprava ali del sveta, na katerem lahko opravimo enega ali več poskusov, eksperimentov ali opazovanj; vsak poskus mora imeti enoličen izid, ki je element *razreda možnih izidov*«. ²³ Drugače povedano, ne gre samo za lastnost objekta, s katerega razberemo izide, temveč za lastnost, ki v osnovi govori o interakciji tega objekta z bližnjim okoljem, v katerem poskus izvajamo.

Za ponazoritev vzemimo Popperjev primer z metanjem kovanca. ²⁴ Običajno rečemo, da sta verjetnosti obeh izidov pri metu kovanca enaki, pri tem pa implicitno mislimo na situacijo, ko kovanec pristane na vodoravni enakomerno ravni podlagi. Kaj se zgodi, če podlago (mizo, tla) spremenimo tako, da kovanec lahko pristane tudi na rob, recimo tako, da naredimo primerne uture vanjo? Pri takšni neravni podlagi bi verjetno po dolgi seriji poskusov tudi prišli do neke regularnosti posameznih izidov, le da bi tokrat imeli še en dodaten možni izid. Relativnih frekvenc izidov torej ne moremo kar brez pomislov pripisati objektom kot takšnim, kvečjemu bi lahko rekli, da gre za lastnost v smislu obnašanja objektov v določenih opredeljenih pogojih, ki izide sodoločajo.

Na podoben način lahko pri meritvah rečemo, da se lastnost, ki jo iz relativnih frekvenc kot izid dobimo z abstrahiranjem, nanaša na neko lastnost tega objekta *glede na dane pogoje*. Pri takšnem tolmačenju postane jasno, da teorija napak v bistvu govori o seriji interakcij med merjenjem in merilno napravo ter da je statistika meritev kot rezultat meritve odraz neke regularnosti, ki je pri tem udeležena. Ta regularnost izhaja iz nekaterih praktično nespremenljivih okoliščin, ki jih za namene meritve vedno želimo zagotoviti. Izkušvena ugotovitev v poskusih je na ta način dobljena s posegom, ki pravzaprav pomeni sooblikovanje izkustva, za

²³ Ian Hacking, *The Logic of Statistical Inference*, Cambridge University Press, Cambridge, 1965, str. 13. Poudarki so avtorjevi.

²⁴ Navaja ga Donald Gillies, *op. cit.*, str. 118.

njegovo teoretično izgradnjo pa je v sodobni znanosti ključnega pomena teorija verjetnosti oziroma statistika.

Sodobna teorija fizikalnega merjenja pravi, da »pri merjenju uglašujemo dva šibko sklopljena fizikalna sistema«. ²⁵ Šibko sklopitev dveh sistemov lahko razumemo kot obliko interakcije med njima. Pri tem se v splošnem oba sistema nekoliko spremenita oziroma prilagodita, vprašanje je le, ali gre za upoštevanja vredne spremembe ali ne. V klasični fiziki je šlo večinoma za načine merjenja, ki merjenja niso spremenili v smislu merjene količine. Drugačen je položaj v tistem delu moderne fizike, ki se je začela ukvarjati z atomskim svetom, to je v kvantni mehaniki. Meritve količin, povezanih z atomskim svetom, se lahko opravljajo le z elektronskimi senzorji, ti so posredniki med merjenim sistemom in merilno napravo. »Senzorji skrbijo za sklopitev, zato so hkrati del obeh sistemov. Senzorji seveda motijo opazovani sistem, vendar jih vedno skušamo vgraditi tako, da je motnja čim manjša in če je le mogoče predvidljiva. Šele ko smo v kvantnem področju merjenja, se izkaže, da vpliva senzorja ne moremo popolnoma predvideti«. ²⁶ Senzor na pomemben in nepredvidljiv način sodeluje pri interakciji z merjenimi delci. Dejanje meritve je v kvantni fiziki postalo deležno posebne pozornosti, »sami postopki laboratorijskega opazovanja in merjenja, ki so poprej bili le manjšega pomena za klasične fizike, so postali osrednjega pomena za kvantne fizike – in ključna točka za stvaritelje kopenhagenske interpretacije«. ²⁷ Odtod tudi pojem kvantne meritve, ki namiguje, da gre za neobičajen tip meritve, njena neobičajnost v odnosu do klasične fizikalne meritve pa je ravno v tem, da se pri kvantni meritvi tako merjeni delec ali sistem delcev kot senzor nepredvidljivo spremenita.

V kontekstu povedanega imajo igre na srečo z meritvami v naravoslovju skupno to, da se rezultati v obliki relativnih frekvenc posameznih izidov v obeh primerih nanašajo na interakcijo opazovanega sistema in njegove najbližje okolice, ker pa tako v igrah na srečo kot v klasični fiziki meritev opazovanega sistema ne spremeni bistveno, rezultat običajno

²⁵ Andrej Likar, *Osnove fizikalnih merjenj in merilnih sistemov*, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2001, str. 13.

²⁶ *Ibid.*, str. 14.

²⁷ David C. Cassidy, *Uncertainty: The Life and Science of Werner Heisenberg*, W. H. Freeman and Company, New York, 1992, str. 227.

tolmačimo kot lastnost opazovanega objekta. Da gre tako pri igrah na srečo kot pri klasični meritvi v nekem temeljnem smislu za interakcijo oziroma sklopitev med sistemoma pride do izraza šele, ko imamo opravka z elektronskimi merilnimi napravami, pri katerih se vsa tehnologija v zvezi z njihovo izgradnjo osredotoča na to, kako zmanjšati njihov vpliv na merjeni sistem. Poenostavljeno rečeno, lahko položaje in hitrosti delcev merimo le z njihovo interakcijo z drugimi delci v senzorju, s ponovitvami in teorijo meritev pa si zgradimo sliko o teh mikroskopskih objektih, ki sicer niso dosegljivi našemu izkustvu. Primer takšne statistične konstitucije objekta v atomski fiziki je bil Rutherfordov poskus iz leta 1911, pri katerem je bila na podlagi relativnih frekvenc sipanih delcev ugotovljena osnovna zgradba atoma.

Statistične porazdelitve in entropija

Verjetnost je v fizikalne teorije vstopila v navezavi na atomsko pojmovanje materije, ki se je šele uveljavljalo, tako imenovani spor o atomih se je končal šele na prelomu 20. stoletja. V kemiji je atom kot sredstvo razlage za zakon o večkratnih masnih razmerjih pri kemijskih reakcijah uvedel Dalton na začetku 19. stoletja, vendar naj bi bil sprva razumljen bolj v smislu mola snovi,²⁸ v fiziki pa so poskusi teoretične uvedbe atoma ostali osamljeni vse do Krönigovega članka iz leta 1856, čeprav je začetke kinetične teorije plinov oblikoval že Daniel Bernoulli dobro stoletje prej, ko je razložil tlak kot trkanje molekul ob steno.²⁹ Tri leta kasneje je Maxwell objavil svoj zakon o porazdelitvi hitrosti molekul, za katere je domneval, da so »porazdeljene po enaki enačbi kot napake v teoriji najmanjših kvadratov«.³⁰ Atomsko pojmovanje materije in verjetnost sta torej svoj uspešni pohod v fizikalne teorije začela z roko v roki.

Domala vsi fizikalni učbeniki, ki bralca uvajajo v osnove kinetične teorije plinov, zgodovinske predhodnice statistične fizike, povedo, da je gibanje posameznega delca načeloma mogoče opisati s položajem in hitrostjo, da pa je to za opis gibanja večjega števila delcev zaradi preveli-

²⁸ Janez Strnad, *Razvoj fizike*, Ljubljana, DZS, gl. str. 247–248.

²⁹ *Ibid.*, str. 250.

³⁰ *Ibid.*, str. 251. To je Maxwelllov citat iz njegovega članka *Illustrations of the Dynamical Theory of Gases* (1859).

kega števila prostostnih stopenj nemogoče ter da je potrebno uporabiti statistični opis. V takšnem opisu nastopajo povprečne vrednosti hitrosti ali razdalje, ki so povezane z makroskopskimi lastnostmi sistemov. Za makroskopski količini, kot sta temperatura in tlak, je tako pomembno povprečje kvadrata hitrosti delcev, viskoznost, difuzijska konstanta in toplotna prevodnost pa so odvisne od povprečja hitrosti in povprečja proste poti, ki jo delci prepotujejo, preden trčijo z drugimi.³¹ Vidimo, da je v primeru makroskopskih količin plinov tako kot v primeru meritev statičnih količin spet povprečje tista količina, ki je podlaga za neko objektivno lastnost opazovanega sistema. A v nečem je tu pomembna razlika: Če pri meritvah verjetnost deluje kot teorija objektivifikacije znanstvenega izkustva, ko iz množice poskusov določi eno objektivno lastnost, je ob uvedbi statistične fizike služila bolj kot razlagalno sredstvo, s katerim se je posameznim elementom množice delcev teoretično pripisovalo lastnosti, ki jih tedaj ni bilo mogoče meriti (npr. delež molekul z neko hitrostjo), izračunana je bila le ocena za hitrost molekul.³²

V kasnejšem razvoju so pečat statistične fizike postale takšne in drugačne statistične porazdelitve mikroskopskih stanj sistemov in izpeljava makroskopskih lastnosti z njihovo pomočjo. Eden pomembnejših verjetnostnih pojmov, ki se je razvil v fiziki, je pojem entropije, ki je kmalu po Clausiusovi uvedbi leta 1865 postal predmet žolčnih razprav med znanstveniki. Prvotni uvedbi količine kot klasične termodinamične spremenljivke je sledila Boltzmannova statistična formulacija entropije leta 1871; njena formula $S = k \log W$ še danes krasi njegov nagrobnik na Dunaju. Pojem se je močno uveljavil v teoriji informacije, ki je zaradi uporabnosti v računalništvu postala pomembna tudi za naravoslovje, prijel se je tudi v javnem govoru v smislu povečevanja nereda, čeprav je ta opredelitev pojma preveč subjektivna, da bi ga enolično določala. Poleg tega nastopa v eni od različic drugega zakona termodinamike, ki pravi, da je nemogoče zgraditi *perpetuum mobile*, s čimer se sicer še vedno ukvarja cela subkultura amaterskih izumiteljev.

³¹ Glej npr.: Janez Strnad, *Fizika, 1. del, Mehanika. Toplota*, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2002, str. 247–249 in str. 260–262.

³² Janez Strnad, *Razvoj fizike*, gl. str. 250.

Boltzmannovi formulaciji je sledila polemika med njim in Henrijem Poincaréjem ter kasneje Ernstom Zermelom, tedaj asistentom pri Maxu Plancku. Boltzmann je bil prepričan, da njegova formulacija entropijskega zakona ustreza mehanični opisu dogajanja na mikroskopskem nivoju, kot ga je razvila kinetična teorija plinov. Maxwell je vedel, da normalna porazdelitev hitrosti molekul ni edina smiselna, toda ker je pokazal, da trki med molekulami takšno porazdelitev hitrosti ohranjajo, je trdil, da se vsaka porazdelitev molekul sčasoma približa normalni, saj te medsebojno trkajo.³³ Boltzmann je to tezo, s katero se je strinjal, hotel razložiti s pomočjo verjetnostnega pojmovanja entropije in tedaj novega pojma faznega prostora, to je prostora možnih stanj sistema (v tem primeru opredeljenega z lego in hitrostjo delca). Ker je šlo pri entropiji za poskus opisa dinamike nekega toplotnega sistema na mehanski podlagi, se je za bistveno izkazalo vprašanje o ponovljivost stanj, namreč ali se sistemi vračajo v začetna stanja z določeno lego in hitrostjo ali ne.³⁴ Boltzmann je trdil, da gre sistem delcev od manj verjetnega mikroskopskega stanja k bolj verjetnemu in obstane v ravnovesju v najverjetnejšem stanju, v katerem je entropija največja. Poincaré je temu nasprotoval, ker je ugotovil, da je stabilnost mehanskega sistema povezana z začetnimi pogoji,³⁵ ta se po njegovem prepričanju ne more ustaliti v nekem končnem ravnovesnem stanju, ker se po dolgih časih vedno vrača poljubno blizu začetnemu stanju.³⁶

S pojmom ponovljivosti se je poskušalo razložiti izkustveno ireverzibilnost pojavov, ki je s fizikalnimi zakoni še niso znali opisati. Zermelo je opozoril, da Boltzmannovo verjetnostno razmišljanje razloži ireverzibilnost le, če privzamemo, da imamo na začetku uresničena samo zelo malo verjetna stanja, ki se nato razvijajo k bolj verjetnim. Boltzmann je sicer bil previden pri izražanju in ni govoril o ireverzibilnosti, temveč

³³ *Ibid.*, str. 254.

³⁴ *Ibid.*, str. 260.

³⁵ Za to odkritje, ki je bilo rezultat ukvarjanja s t. i. problemom treh teles, je dobil tudi nagrado Švedske akademije znanosti.

³⁶ Razprava naj bi bila zanimiva tudi za Fridricha Nietzscheja, katerega pojem večnega vračanja, sicer s širšo metafizično vsebino, naj bi bil med drugim oblika izrekanja proti mehanističnemu pojmovanju entropije. Glej: Janez Strnad, *Razvoj fizike*, str. 260.

samo o izredno majhni verjetnosti ponovitve nekega stanja.³⁷ Pri tem sta se oba zatekala k argumentaciji s pomočjo primera iz kockanja, torej paradigmatkega primera teorije verjetnosti.

Boltzmann pri uvajanju entropije govori tako o verjetnosti za določena mikroskopska stanja kot o ponavljanju stanj, kar navaja k ugotovitvi, da je verjetnostno pojmovanje, na katerega se tu opira, nekje med epistemskim in objektivnim. Večjo entropijo ima stanje z večjo verjetnostjo oziroma stanje, do katerega pride večkrat, torej se pripeti z večjo (relativno) frekvenco. Pri tem je potrebno tukaj opozoriti, da ker gre za mikroskopsko stanje sistema, le-tega ni mogoče neposredno opazovati, zato to frekvenčno pojmovanje verjetnosti pri entropiji stoji na trhlih empiričnih nogah, tako kot Maxwelllova porazdelitev hitrosti. Statistični pojem entropije se torej vsaj toliko opira na epistemsko pojmovanje verjetnosti kot na objektivnega. To ugotovitev podpira tudi pojmovanje približevanja toplotno izoliranega sistema ravnovesnemu stanju, pri katerem se entropija do maksimalne vrednosti povečuje zvezno, vedno bolj verjetna mikroskopska stanja naj bi si torej sledila zaporedoma, po frekvenčni interpretaciji pa naj bi se bolj verjetna stanja zgolj ponavljala bolj pogosto ne glede na vrstni red, čeprav je potrebno dopustiti možnost, da bi se ti dve interpretaciji zaradi izjemno hitrega dogajanja na atomskem nivoju dalo uskladiti. Za zvezno krivuljo entropije, ki opisuje približevanje toplotno izoliranega sistema ravnovesnemu stanju, bi lahko rekli, da predstavlja povprečno entropijo, dejanski sistem pa bi v zelo kratkih časih menjal mikroskopska stanja, ki bi imela v povprečju verjetnost, kakršno ima trenutno makroskopsko stanje. V tem primeru bi pogojno lahko govorili tudi o vračanju mehanskega sistema v začetno stanje v Poincaréjevem smislu, vendar bi s tem mislili na začetno *mikroskopsko* stanje, ki bi se pojavljalo vse bolj redko, na makroskopski ravni pa nikakor ne bi mogli govoriti o takšnem vračanju.

Z vprašanjem ireverzibilnosti je povezano tudi vprašanje tako imenovane puščice časa. Entropijski zakon za razliko od vseh preostalih dinamičnih zakonov v fiziki ni časovno obrnljiv ali drugače rečeno in-

³⁷ Peter Mittelstaedt & Paul Weingartner, *Laws of Nature*, Springer-Verlag, Berlin, 2005, gl. str. 158. Takšno pojmovanje entropije zagovarjata tudi avtorja.

varianten na časovni obrat.³⁸ Mittelstaedt in Weingartner imata pridržke do takšne interpretacije časa oziroma entropije. Ni pravilno reči, da entropijski zakon določa smer časa, saj zakon *predpostavlja*, da se entropija s časom povečuje. Poleg tega se koncept časa pojavlja tako pri opisu reverzibilnih kot ireverzibilnih procesov in mora zato biti neodvisen od entropije.³⁹ Figurativno bi lahko rekli, da če je čas mera spreminjanja, kot je trdil že Aristotel, je večanje entropije ena od podob tega spreminjanja, ki je prišla v fiziko skupaj z verjetnostjo.

Verjetnost in determinizem v kvantni mehaniki

Verjetnost je bila v 19. stoletju, ko še ni obstajala tako stroga delitev na epistemsko in objektivno, razumljena kot odraz človeškega omejenega poznavanja stanja narave, ki ga preučuje. V tem smislu je bila povsem skladna s prevladujočim determinističnim pojmovanjem v fiziki, na kar kaže tudi dejstvo, da je glavni zagovornik radikalnega determinizma, Laplace, napisal eno najvplivnejših monografij o verjetnosti,⁴⁰ ki je povzela znanje njegovih predhodnikov. Za kovanec pri metu je prevladovalo razumevanje, da se obnaša po Newtonovih zakonih, čeprav je pri dogaajanju udeleženih več manjših neodvisnih vplivov, za katere ne moremo vedeti. To metafizično ozadje verjetnosti, ki slednjo razume kot odraz množice nezaznavno majhnih vplivov, je iz statistične obravnave populacij v fizikalno znanost prenesel belgijski astronom, matematik in sociolog Alphonse Quetelet.⁴¹ S tem so se začeli statistični zakoni, ki so bili

³⁸ Glej npr. Brian Greene, *Tkanina vesolja*, Učila International, Tržič, 2006, str. 179 in 193–196. Matematično to pomeni, da lahko v enačbe namesto časa t vstavimo čas $-t$ in izračunamo stanje ob nekem preteklem času na enak način kot stanje ob nekem prihodnjem času.

³⁹ Peter Mittelstaedt & Paul Weingartner, *op. cit.*, gl. str. 113.

⁴⁰ Pierre-Simon de Laplace, *Théorie Analytique des Probabilités* (1812).

⁴¹ Ian Hacking, *The Taming of Chance*, 1990, gl. str. 109–111. Quetelet je takšno razlago prvič uporabil, ko je dejal, da je povprečje obsega prsi neke populacije vojakov posledica množice nezaznavnih neodvisnih vzrokov. Po drugi strani je normalno krivuljo uporabil v biologiji in sociologiji na takšen način, da je srednjo vrednost opazovane količine razumel kot realno količino, kar prej ni bilo v navadi, to je veljalo le za povprečja pri meritvah. Neka količina, ki jo merimo v družbi, je po njegovem mnenju resnično obstajala, če so se meritve prilegale normalni porazdelitvi. S tem je odprl vrata množičnemu sistematičnemu merjenju različnih fizičnih lastnosti živih bitij, ki je postalo v 20. st. temelj razvoja uničujoče evgenike, katero je kot znanost na statistični

sprva dojeti zgolj kot odraz regularnost, spreminjati v zakone o naravi in družbi, ki se dotikajo temeljnih resnic in vzrokov.

Takšno pojmovanje je bilo del klasične interpretacije verjetnosti, ki se je v fizikalno znanost vpisala in v njej vztrajala vse do vznika kvantne mehanike, ko se je dokaj enotno pojmovanje verjetnosti razdelilo. V obdobju med 1910 in 1935 sta se jasno oblikovali dve vrsti epistemske teorije verjetnosti, tako Keynesova logična kot Ramseyjeva subjektivna, von Mises pa je ponovno oživil objektivno frekvenčno interpretacijo verjetnosti v duhu tedanjega logičnega pozitivizma Dunajskega kroga. Izostrilo se je vprašanje, kako sploh razumeti verjetnost, posebej pa v kvantni mehaniki – bodisi kot del deterministične slike ali kot neko temeljno nedoločenost realnega sveta? Werner Heisenberg, ki je okronal oblikovanje kvantne mehanike z načelom nedoločenosti, se je opredelil za drugo možnost. To je prineslo tudi veliko preglavic v jezikovni artikulaciji dogajanja na kvantni ravni.⁴² Verjetnost je na ta način izstopila iz vloge podrejenosti deterministični sliki sveta. Tudi De Finettijeva motivacija za oblikovanje njegove verzije subjektivne teorije verjetnosti je bila prav želja po izpodbijanju Laplaceovega determinizma.⁴³

V 20. stoletju so statistični zakoni v fiziki pridobili status samostojnih zakonov in k temu je izdatno pripomogel uspeh kvantne mehanike. Mittelstaedt in Weingartner, na primer, v svoji monografiji *Laws of Nature* delita naravne zakone na statistične in dinamične; slednji opisujejo dinamiko razvoja sistemov in jih lahko zapišemo v obliki diferencialnih enačb. Statistični zakoni so svojo legitimnost pridobili na podlagi njihove uspešne rabe, po Mittelstaedtu in Weingartnerju pa izpolnjujejo tudi osnovne kriterije naravnih zakonov.⁴⁴ Nekaterih pojavov, kot na primer

podlagi zasnoval Darwinov bratranec, Sir Francis Galton. Ena od Hackingovih splošnih tez je, da se je znanstveni determinizem v družbeno realnost najbolj učinkovito širil ravno s statistiko.

⁴² Več o tem glej, Peter Lukan, *Werner Heisenberg o problemu jezika v kvantni mehaniki*, v: *Analiza: časopis za kritično misel*, let. 13, št. 4, 2009, str. 41–55.

⁴³ Donald Gillies, *op. cit.*, gl. str. 86.

⁴⁴ Peter Mittelstaedt & Paul Weingartner, *op. cit.*, gl. str. 113. Po avtorjih so lastnosti naravnih zakonov naslednje: opisovati široko domeno pojavov, opisovati morajo splošne invariantne lastnosti objektov, biti morajo invariantni glede na določene spremembe svojih parametrov, biti morajo invariantni glede na prostor-čas, veljati morajo v vseh primerih aplikacije ali vsaj v večini primerov (to velja za statistične zakone), pristni zakoni morajo biti dobri približki pravih zakonov v Popperjevem smislu višje stopnje potrditve oziroma informativne vsebine, pripadati

jedrskega razpada vzorca snovi, se ne da opisati z dinamičnimi zakoni, temveč le statistično. Takšen opis jedrskega razpada se uporablja na primer za datiranje arheoloških najdb in odmrlih organizmov. Dinamični modeli torej ne zadostujejo za opis vsega dogajanja v naravi, še vedno pa ostaja odprto vprašanje, kakšen je spoznavni status statističnih zakonov. Regularnosti, ki jih ti nakazujejo, imajo svoj formalni izvor v invariantnostih, ki so vključene v vse naravne zakone. V primeru Maxwelllove hitrostne porazdelitve je takšna vsebovana invariantnost zakon o ohranitvi energije, ki je temeljni fizikalni princip. To je preveril že Maxwell sam.⁴⁵

Kakor ostaja odprto vprašanje interpretacije kvantne mehanike, tako ostaja odprto tudi vprašanje, katera interpretacija verjetnosti ji je primerna. Večinsko mnenje se nagiba k statistični interpretaciji z relativnimi frekvencami izidov meritev, ker lahko napovedi primerjamo z opazovanji, po drugi strani pa kopenhagenska interpretacija s pomočjo pojma verjetnosti doseže to, da se govori o posameznem delcu, in uporablja pojme, kot so verjetnostna gostota in pričakovana vrednost meritve.⁴⁶ Znanstveniki večinoma niso naklonjeni takšnim epistemskim interpretacijam verjetnosti, v katerih govorimo izključno o stopnjah naših pričakovanj glede izida posamezne meritve, čeprav po Dicksonu epistemske interpretacije v kvantni mehaniki ne moremo povsem izključiti.⁴⁷ Ena od bistvenih razlik med epistemsko in objektivno interpretacijo verjetnosti nasploh je govor o relativnih frekvencah ali pa o verjetnostih za izid posameznega dogodka in ravno tu je problem pri kvantni mehaniki, ki meša oba govora, podobno kot Boltzmann pri tolmačenju entropije. Ravno ta problem je Karla Popperja vzpodbudil k temu, da je uvedel svojo teorijo nagnjenj *<propensity theory>*.⁴⁸ Ta uvaja element teleološkosti: posamezni delci se gibljejo tako, da se pokoravajo statistični na-

morajo skupini zakonov, ki tvori osrednji del neke teorije, ultimativno se morajo nanašati na objektivno realnost.

⁴⁵ Janez Strnad, *Razvoj fizike*, gl. str. 251.

⁴⁶ Janez Strnad, *Fizika 3. del, Posebna teorija relativnosti. Kvantna fizika. Atomi.*, Ljubljana, DMFA – založništvo, 2002, gl. str. 122. Strnad v svojem univerzitetnem učbeniku dalje pravi: »Na ravni te knjige se kažeta obe interpretaciji kot enakopravni, čeprav pogosteje uporabimo drugo [tj. kopenhagensko]. Včasih preskočimo v prvo, ne da bi to posebej omenili.«

⁴⁷ Michael W. Dickson, *Quantum Chance and Non-locality*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998, gl. str. 10–14.

⁴⁸ Donald Gillies, *op. cit.*, gl. str. 113–118.

povedi za večje ansamble. Ta interpretacija se ravno zaradi svojega teleološkega momenta ni najbolje prijela med znanstveniki, čeprav se pri njej kaže zanimiva možnost uvedbe nekakšne nevtralne teleologije, ki bi bila razbremenjena historične teže tega pojma.

Pri kvantni mehaniki sta v povezavi z verjetnostjo pomembna še dva vidika. Eden je ta, da kvantna mehanika pomeni pomemben korak naprej od statistične mehanike v tem smislu, da je – sicer v omejenem smislu – razvila opis časovnega razvoja mikroskopskih sistemov. V standardni interpretaciji ima osrednji pomen Schrödingerjeva enačba, s katero se računa časovni razvoj valovne funkcije; s kvadriranjem slednje dobimo verjetnostno gostoto. V razvoju teorije verjetnosti ni še nihče formuliral česa takšnega, kot je časovni razvoj verjetnosti, natančneje verjetnostne gostote, in ravno to predstavlja enega glavnih izzivov kvantne mehanike. Pri tem gre za drugačen odnos med verjetnostjo in časom, kot ga domnevno srečamo pri pojmu entropije, saj je tu verjetnost dejansko funkcija časa. Kar je pri kvantni mehaniki torej bistveno novega, je med drugim tudi to, da se v njej na nek način združujejo tako statistični kot dinamični zakoni v kombinacijo, ki je dotlej še ni bilo, pri čemer je v kvantni teoriji uvedena kvantna verjetnost.⁴⁹

Dickson⁵⁰ analizira štiri interpretacije kvantne mehanike (ortodoksne teorije, teorije brez kolapsa valovne funkcije, modalne teorije in Bohmovo teorijo) z vidika verjetnosti in lokalnosti. Eden njegovih sklepov je, da je samo v Bohmovi mogoče kvantno verjetnost reducirati na klasično verjetnost, in sicer ravno zato, ker govori o statističnih ansamblih in ne o posameznem delcu. To pomeni, da njegova formulacija kvantne mehanike združuje statistične in dinamične zakone v zelo neposrednem smislu in s tem kaže, da je opis v kvantni mehaniki lahko determinističen in klasično verjetnosten le, če je oboje hkrati. Pri tem trajektorije, ki jih teorija pripisuje delcem, niso predmet opazovanj, tako

⁴⁹ Michael W. Dickson, *op. cit.*, gl. str. 7–9. Kvantna verjetnost je definirana v kompleksnem Hilbertovem prostoru neskončne razsežnosti in je posplošitev klasične verjetnosti. Ena od pomembnih razlik je ta, da v kvantni verjetnosti ne moremo določiti produkta verjetnosti za poljubna dva dogodka, ker ta ni nujno definirana. V klasični teoriji verjetnosti ima vsak dogodek svojo verjetnost in verjetnost produkta dogodkov (tj. verjetnost, da se zgodita oba dogodka) je vedno mogoče izračunati.

⁵⁰ Michael W. Dickson, *op. cit.*, gl. str. 115–125.

kot niso bile hitrosti delcev v statistični termodinamiki. Napovedi Bohmove interpretacije se ujemajo z napovedmi ortodoksne kopenhagenske, vendar je za praktično uporabo njegova formulacija precej okorna, zato jo fiziki odklanjajo, kar pa ne zmanjšuje njene interpretativne tehtnosti.

Drugi vidik je osrednji pomen meritve, saj je njena interpretacija tesno povezana z interpretacijo kvantne mehanike.⁵¹ Če je meritev v galilejski paradigmi predstavljala znanstveno prakso, ki je bila s fizikalno teorijo povezana preko teorije meritev, je z vznikom kvantne mehanike ta praksa postala del teorije. Heisenberg sam je dejal, da je načelo nedoločenosti uvedel zato, da bi s tem meritve postale del teorije, ker teorija odloča o tem, kaj lahko opazujemo oziroma merimo.⁵² Kot je bilo že omenjeno, je pri kvantni meritvi nujno potrebno upoštevati tudi merilno napravo, ki ji je potrebno pripisati ustrezno valovno funkcijo, kar je odraz tega, da gre pri kvantni meritvi za interakcijo dveh sistemov, meritev pa se v znanstveno izkustvo že dobrih dvesto let vpisuje s pomočjo statistike. Tudi v perspektivi merjenja je kvantna mehanika smiselno nadaljevanje statistične fizike, namreč v tem, da meri količine, katerih porazdelitve je statistična fizika zgolj postulirala, to pa je omogočil razvoj tehnologije.

Katera interpretacija verjetnosti je torej ustrezna za kvantno mehaniko? Nastanek klasične interpretacije verjetnosti, ki ni strogo ločila med epistemsko in objektivno verjetnostjo, je temeljil na proučevanju iger na srečo, ki se tako kot eksperimenti odvijajo v nadzorovanih in stalnih pogojih. Kasneje se je teorija verjetnosti začela ukvarjati tudi z družbenimi pojavi in to je prineslo diferenciacijo interpretacij verjetnosti. V kontroliranih pogojih, kakršni vladajo pri igrah na srečo ali pri fizikalni meritvi, lahko verjetnost razumemo klasično, delitev na epistemsko in objektivno verjetnost ni nujna, ker v tem primeru sovpadata. Tisto, kar je izkustveno opisano kot relativna frekvenca, nastopa znotraj kvantno-mehanskih modelov kot verjetnostna gostota, ki je epistemski pojem v tem smislu, da napoveduje verjetnost izida posamezne meritve.

⁵¹ Dicksonova razdelitev interpretacij ima za kriterij ravno različne interpretacije kvantne meritve.

⁵² Werner Heisenberg, *Del in celota*, prev. Katarina Bogataj-Gradišnik, Mohorjeva založba, Celje, 1977, str. 92.

Kvantna mehanika je omajala splošno verjetje v determinizmu, a determinizem znanstvenih modelov kot njihove nujne sestavine je bil s strani znanstvene skupnosti dokončno opuščен šele po nastanku teorije kaosa v 1960. letih,⁵³ na razkorak med vzročnostjo in napovedljivostjo pa je pokazal že Henri Poincaré s problemom treh teles.⁵⁴ Zato se morada ne gre čuditi, da tudi v kvantni mehaniki obstaja na novo razvijajoča se kvantna teorija kaosa, ki se ukvarja s podobnimi težavami z napovedljivostjo kot klasična teorija kaosa.⁵⁵ V tem oziru je običajna kvantna mehanika s svojimi statističnimi napovedmi še vedno odraz regularnosti kontroliranih okoliščin, ki jih načeloma lahko opišemo s klasičnim pojmovanjem verjetnosti, v katerem epistemsko in objektivno pojmovanje sovpadata. Splošna prednost statističnih zakonov pred dinamičnimi se pokaže v primeru nestabilnih pogojev, v katerih ni mogoča formulacija dinamike sistema. Nobelovec Ilya Prigogine piše: »Enkrat ko vključimo nestabilnost, se pomen naravnih zakonov radikalno spremeni, ker jih je potrebno formulirati na statistični podlagi. Tedaj ne 'izražajo' več 'gotovosti', ampak možnosti.«⁵⁶

Verjetnost je v znanosti že dolgo teoretični odraz materialnega vpliva metodološkega primata meritve, z njenim prodorom v same fizikalne teorije pa je pokazala nase kot na pomembno epistemološko predpostavko v smislu apriorne kategorije znanstvenega izkustva. To izkustvo ne govori o posameznih fenomenih, temveč o množstvu fenomenov, ki so enaki v relevantnih pogledih, in o njihovi interakciji z bližnjo okolico, in sicer v pogojih, v katerih vzročni odnosi niso več razločljivi. Razlog za nerazločljivost vzročnih odnosov niso nujno nenadzorovane okoliščine v smislu nestabilnosti, kot se pojavljajo v teoriji kaosa in o katerih govori Prigogine, temveč je razlog v primeru statistične fizike in običajne kvantne mehanike kompleksnost sistema zaradi velikega števila udeleženih

⁵³ Peter Mittelstaedt & Paul Weingartner, *op. cit.*, gl. str. 150.

⁵⁴ Gl. tudi: Marko Uršič, *Daljna bližina neba: človek in kozmos* (Štirje časi: filozofski pogovori in samogovori. Jesen: tretji čas). Cankarjeva založba, Ljubljana, 2010, str. 402.

⁵⁵ Gl. tudi: Chirikov, Boris: *Natural Laws and Human Prediction*, v: Weingartner Paul & Schurz Gerhard (ur.): *Law and Prediction in the Light of Chaos Research (Lecture Notes in Physics)*, Springer, Berlin, 1996, str. 10–47.

⁵⁶ Prigogine, Ilya: *Time, Chaos and the Laws of Nature*, v: Weingartner Paul & Schurz Gerhard (ur.): *Law and Prediction in the Light of Chaos Research (Lecture Notes in Physics)*, str. 3.

delcev, ki so potrebni, da izoblikujemo znanstveno izkustvo in z njegovo pomočjo tudi znanstveno napoved.

L i t e r a t u r a

1. Cassidy, David C.: *Uncertainty: The Life and Science of Werner Heisenberg*, W. H. Freeman and Company, New York, 1992.
2. Cooke, Roger M.: *Experts in Uncertainty: Opinion and Subjective Probability in Science*, Oxford University Press, Oxford, 1991.
3. Dickson, Michael W.: *Quantum Chance and Non-locality*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
4. Eisenhart, Churchill: *Boscovich and the Combination of Observation*, v: L. L. White (ur.): *Roger Joseph Boscovich*, Allen & Unwin, London, 1961. Ponatisnjeno v: *Studies in the History of Statistics and Probability, Volume II* (gl. tč. 10), str. 88–100.
5. Gillies, Donald: *Philosophical Theories of Probability*, Routledge, New York, 2000.
6. Greene, Brian: *Tkanina vesolja*, prev. Urška Pajer, Učila International, Tržič, 2006.
7. Hacking, Ian: *The Logic of Statistical Inference*, Cambridge University Press, Cambridge, 1965.
8. Hacking, Ian: *The Emergence of Probability*, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.
9. Hacking, Ian: *The Taming of Chance*, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
10. Hacking, Ian: *An Introduction to Probability and Inductive Logic*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
11. Heisenberg, Werner: *Del in celota*, prev. Katarina Bogataj-Gradišnik, Mohorjeva družba, Celje, 1977.
12. Kendall, Maurice & Plackett (ur.): *Studies in the History of Statistics and Probability, Volume II*, Charles Griffin & Company Limited, London, 1977.
13. Likar, Andrej: *Osnove fizikalnih merenj in merilnih sistemov*, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2001.
14. Lukan, Peter: *Werner Heisenberg o problemu jezika v kvantni mehaniki*, v: *Analiza: časopis za kritično misel*, letnik XIII/4, 2009, str. 41–55.
15. Mittelstaedt, Peter & Weingartner, Paul: *Laws of Nature*, Springer-Verlag, Berlin, 2005.
16. Prigogine, Ilya: *Time, Chaos and the Laws of Nature*, v: Weingartner Paul & Schurz Gerhard (ur.): *Law and Prediction in the Light of Chaos Research (Lecture Notes in Physics)* (gl. tč. 22), str. 2–10.

17. Sambursky, S.: *On the Possible and Probable in Ancient Greece*, v: *Osiris*, 12, 1956, str. 35–48. Ponatisnjeno v: *Studies in the History of Statistics and Probability, Volume II* (gl. tč. 10), str. 1–14.
18. Seals, Hilary L.: *A Budget of Paradoxes*, v: *The Journal of the Institute of Actuaries Students' Society*, 13, 1954, str. 60–65. Ponatisnjeno v: *Studies in the History of Statistics and Probability, Volume II* (gl. tč. 10), str. 24–29.
19. Strnad, Janez: *Fizika 1. del. Mehanika. Toplota*. DMFA – založništvo, Ljubljana, 2002.
20. Strnad, Janez: *Fizika 3. del. Posebna teorija relativnosti. Kvantna fizika. Atomi*. DMFA – založništvo, Ljubljana 2002.
21. Strnad, Janez: *Razvoj fizike*, DZS, Ljubljana, 2003.
22. Uršič, Marko: *Daljna bližina neba: človek in kozmos* (Štirje časi: filozofski pogovori in samogovori. Jesen: tretji čas), Cankarjeva založba, Ljubljana, 2010.
23. Weingartner Paul & Schurz Gerhard (ur.): *Law and Prediction in the Light of Chaos Research (Lecture Notes in Physics)*, Springer, Berlin, 1996.