igra po nekem času stabilizirala in da bi oba igralca začela v nedogled ponavljati svojo figuro. Po drugi strani obstoj dveh ravnovesij pri primeru mož–žena nakazuje na večen konflikt med spoloma. Četudi se zakonca znajdeta v izidu, ki obema prinaša pozitiven rezultat, pa je nekdo od njiju prikrajšan, saj ve, da se je moral za ugodno situacijo žrtvovati on. Vendar pa za spremembo tega dejstva ni dovolj zgolj bojkot dogodka. Če se želi ponovno znajti v pozitivnem stanju, mora ne le odpovedati udeležbo, ampak v svojo interesno sfero prepričati tudi soigralca, kar je v vsakodnevnem življenju težko in od nas zahteva kompromise. Nazadnje je zelo zanimiva tudi dilema dveh zapornikov, ki ima eno samo ravnovesje. Več empiričnih preizkusov je pokazalo, da bodo igralci, če igrajo racionalno, v večkratni ponovitvi začeli izbirati zgolj možnost ›priznam‹, kar pa privede do zanimivega konflikta. Namreč, za oba igralca bi bilo najugodneje, da bi molčala in sprejela vsak svojo dvoletno kazen. Ker pa ju vodi pragmatičnost in želja po maksimizaciji osebnega ugodja, na koncu oba pristaneta pri triletni kazni. To lepo ilustrira dejstvo, ki ga je zelo dobro opisal tudi J. F. Nash, in sicer, da stremenje k maksimalni zadovoljitvi osebnih potreb ni nujno tudi pot k družbenemu optimumu.

Literatura

[1] J. Baez, *Game Theory*, 2015.

[2] M. Dean, *Game Theory*, Lecture Notes for Fall 2009 Introductory Microeconomics, Brown University, 2009.

[3] E. Pertovt, T. J., *Uporaba teorije iger za optimizacijo delovanja brezžičnih omrežij*, Elektronski vestnik, **78** 2011, 287–292.

[4] H. Hotz, *A Short introduction to Game Theory*.

[5] Tekmovanje ACM iz računalništva in informatike, dostopno na `rtk-info@ijs.si`, ogled 10. 4. 2019.

[6] Zapornikova dilema, dostopno na `sl.wikipedia.org/wiki/Zapornikova_dilema`, ogled 10. 4. 2019.

×××

Paposovi šestkotniki

Marko Razpet

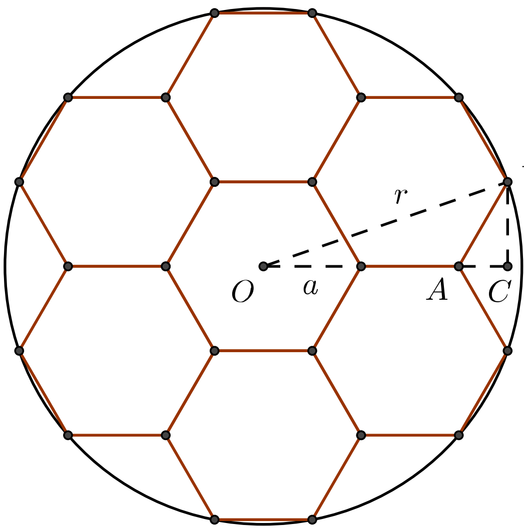
Papos Aleksandrijski, grško Πάππος ὁ Ἀλεξανδρεύς**, na kratko Papos, tudi Papus iz polatinjene oblike Pappus, je bil zadnji pomembnejši antični matematik. O njem vemo le, da je bil učitelj v Aleksandriji in da je 18. oktobra 320 tam opazoval Sončev mrk. Rodil se je okoli leta 290, umrl pa okoli leta 350 našega štetja. Njegovo najbolj znano delo je** ***Zbirka*****, grško** Συναγωγή**, ki je nastalo okoli leta 340. Papos je pisal v grščini. V obdobju renesanse so ga prevajali v latinščino.**

V svoji *Zbirki* se Papos pretežno ukvarja z geometrijskimi problemi. Oglejmo si pobliže enega, ki je vzet iz [1] oziroma [2].

Včrtaj v dano krožnico sedem skladnih pravilnih šestkotnikov tako, da je eden okoli njenega središča, na njegovih stranicah pa sloni vsak od preostalih šestih z eno stranico, katere nasprotna stranica je tetiva krožnice.

Včrtati šestkotnike pa je dovoljeno na klasični način, to se pravi s šestilom in neoznačenim ravnilom. Predpostavimo, da je naloga že rešena. Dana krožnica naj ima središče v točki O in polmer r (slika 1). Na sliki smo označili točke A, B in C ter polmer r in stranico a. Poiščimo aritmetično zvezo med a in r. V ta namen podaljšamo daljico OA in na podaljšek skozi B postavimo pravokotnico, ki ga seka v točki C. Trikotnik OCB je pravokotni. Zanj je $|OB| = r$, $|AC| = a/2$, $|OC| = 2a + a/2 = 5a/2$, $|CB| = a\sqrt{3}/2$. Po Pitagorovem izreku velja:

- $r^2 = (5a/2)^2 + (a\sqrt{3}/2)^2 = 28a^2/4 = 7a^2$.



SLIKA 1.
Paposovi šestkotniki

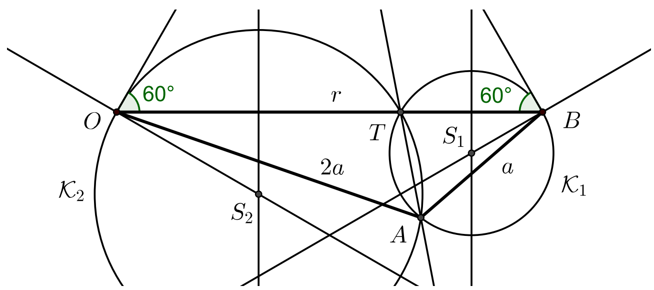
Torej je $r = a\sqrt{7}$ oziroma $a = r\sqrt{7}/7$. Daljico dolžine a je Papos znal konstruirati. Še več, znal je konstruirati trikotnik, ki je skladen s trikotnikom OAB. Kako je to naredil, je razloženo v [1]. Avtorjema [2] se zdita njegova konstrukcija in ustrezna razlaga prezapleteni, zato predlagata enostavnejšo. Ta poteka takole.

Vzamemo daljico OB dolžine r in jo s točko T razdelimo v razmerju $2:1$ (slika 2). Nato konstruiramo krožnici $\mathcal{K}_1$ in $\mathcal{K}_2$, s katerih vidimo daljici TB in OT pod kotom $60°$. To dosežemo tako, da ob daljici OB načrtamo kota $60°$ z vrhovoma v O in B. Simetrali daljic TB in OT sekata spodnja kraka teh kotov v točkah S_1 in S_2. Krožnica $\mathcal{K}_1$ s središčem S_1 skozi B in krožnica $\mathcal{K}_2$ s središčem S_2 skozi O se sekata v točki A. Trikotnik ABO je iskani trikotnik, v katerem je $|AB| = a$ in $|OA| = 2a$. Premica AT razpolavlja $\sphericalangle BAO = 120°$, in po znanem izreku deli stranico OB trikotnika ABO v razmerju $|OA| : |AB|$, to pa je $2:1$.

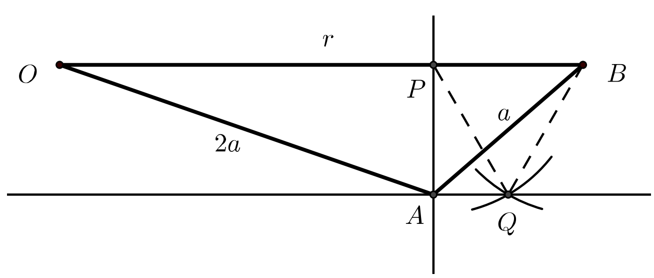
Pravilnost potrdimo še s kosinusnim izrekom za trikotnik ABO:

- $$\begin{aligned} r^2 &= (2a)^2 + a^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \cos 120° \\ &= 4a^2 + a^2 - 4a^2(-1/2) = 7a^2. \end{aligned}$$

Druga konstrukcija trikotnika ABO nas pripelje do enakega rezultata. Vzamemo daljico OB dolžine r in jo s točko P razdelimo v razmerju $5:2$ (slika 3). Nad manjšim odsekom PB konstruiramo enakostranični trikotnik QBP, nato pa trikotnik ABO, ki ima enako višino kot trikotnik QBP, pri tem pa je P pravokotna projekcija oglišča A na stranico OB. Hitro se lahko prepričamo, da ima trikotnik ABO stranice $|AB| = a$, $|OA| = 2a$ in $|OB| = r = a\sqrt{7}$ ter $\sphericalangle BAO = 120°$. Bralke in bralci naj to preverijo. Res ni težko.



SLIKA 2.
Prva konstrukcija stranice a



SLIKA 3.
Druga konstrukcija stranice a

Literatura

[1] T. Heath, *A History of Greek Mathematics II*, Dover Publications, 1981.

[2] A. Ostermann in G. Wanner, *Geometry by Its History*, Springer, 2012.

× × ×