PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **10** (1982/1983)
Številka 4
Strani 181–182

Edvard Kramar:

OBOJESTRANSKA PRAŠTEVILA

Ključne besede: matematika, rekreacijska matematika, praštevila.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/10/629-Kramar.pdf

MATEMATIČNO RAZVEDRILO

OBOJESTRANSKA PRAŠTEVILA *

Praštevilo je naravno število, večje od 1, ki je deljivo le z 1 in s samim seboj. Taka števila so na primer 2, 7, 41 in 173. *Obojestransko praštevilo* pa imenujmo praštevilo, ki ostane praštevilo, tudi če ga zapišemo v obratnem vrstnem redu. Na primer število 13 je že tako, saj je tudi 31 praštevilo.

Izkaže se, da je takih števil kar precej. Očitno so vsa enomestna praštevila, to je 2, 3, 5 in 7, obojestranska praštevila. Dvomestnih takih števil je devet, tromestnih pa kar 43, med štiri- in večmestnimi pa jih je še mnogo več. Za zgled jih zapišimo še nekaj: 11, 13, 101, 383, 337, 769, 1283, 39397 in tako dalje. Večmestna obojestranska praštevila se lahko začenjajo le s števili 1, 3, 7 ali 9. Zakaj?

Nekatera med omenjenimi števili imajo še eno lepo lastnost, namreč ne spremenijo se, četudi jih zapišemo v obratnem vrstnem redu, imenujmo jih *simetrična praštevila*. Taka števila so na primer 11, 101 in 383. Tudi simetričnih praštevil je veliko. Edino dvomestno tako število je 11, tromestnih simetričnih praštevil je 15, petmestnih 93, medtem ko štirimestnega simetričnega praštevila ni nobenega. Slednje je sicer malo presenetljivo, vendar bomo dokazali splošno ugotovitev: *Razen števila* 11 *ni nobenega simetričnega praštevila zapisanega s sodim številom decimalnih mest*.

---

* Če je komu všeč, lahko taka števila imenuje *olivetšarp* praštevila.

Preden bomo to ugotovili, dokažimo, da je vsako število oblike $10^{2m-1} + 1$, $m = 1, 2, \ldots$ deljivo z 11. Uporabimo matematično indukcijo (glej Presek V/2). Za $m = 1$ je to očitno res, naj bo $10^{2m-1} + 1 = 11k$, $k \in N$ in si oglejmo, kaj dobimo, če m zamenjamo z $m + 1$: $10^{2(m+1)-1} + 1 = 10^2(10^{2m-1} + 1) - 99 = 10^2.11k - 99$. To število pa je zopet deljivo z 11. Oglejmo si sedaj desetiški zapis simetričnega $2n$-mestnega števila

$$N = a_1a_2\ldots a_na_n\ldots a_2a_1 = a_1.10^{2n-1}+a_2.10^{2n-2}+\ldots+a_n.10^n+a_n.10^{n-1}$$

$$\ldots+a_2.10 + a_1$$

Zapišimo zgornji izraz malo drugače

$$N = a_1(10^{2n-1}+1) + 10a_2(10^{2n-3}+1) + \ldots + 10^{n-1}a_n(10^1+1)$$

Ker so po dokazanem vsa števila v oklepajih deljiva z 11, je tudi število N deljivo z 11 in torej ne more biti praštevilo, razen seveda, če je $N = 11$.

Iz obojestranskih praštevil lahko poskusimo sestavljati kvadratne sheme z lastnostjo, da kakorkoli preberemo število v njih, vedno dobimo praštevilo. Primer take sheme, sestavljene iz dvomestnih števil, je

1	3
7	1

Kakorkoli preberemo število v njej, vodoravno, navpično ali po diagonali v kakršnikoli smeri, vedno dobimo praštevilo. Primer takega kvadrata, sestavljenega iz štirimestnih praštevil, je tudi

3	7	1	9
9	5	5	1
1	2	8	3
1	9	3	3

Nasploh pa je kar težko najti kvadratno shemo števil s tako lepimi lastnostmi. Nekoliko lažje je najti kvadratno shemo praštevil, če zahtevamo, da je število praštevilo le v primeru, ko ga preberemo po vrstici ali stolpcu v poljubni smeri. Poskusi najti sam kakšnega od teh!

Edvard Kramar