

Zaključek šolskega leta ob zgodbi o Arhimedu in zlati carjevi kroni



KAREL ŠMIGOC

→ Poučevanje fizike čestokrat popestrimo z njeno zgodovino ali vsaj z zanimivo zgodbo, ki je povezana z določeno osebo ali z okoljem, v katerem je nastajalo novo odkritje. Tak primer je tudi zgodba o Arhimedu in carjevi zlati kroni. Čeprav ne vemo natančno, kako je Arhimed ugotovil delež srebra v carjevi zlati kroni, lahko domnevamo in skušamo najti način, kako bi to najenostavneje ugotovili z današnjimi pripomočki. Poglejmo, kako so učenci osmega razreda OŠ Lesično doživeli to zgodbo pri zadnjih urah pouka ob koncu šolskega leta.

Bil je lep sončen dan – poletni solsticij. Učenci so se sestali z mentorico gospo Mileno Grobelšek na travniku, na katerem je bila petstolitrska kad napolnjena s toplo vodo. Ker so zgodbo o Arhimedu in zlati kroni že poznali, so po navodilih mentorice začeli s potapljanjem in merjenjem telesne teže pod vodo (slika 2). S primerjanjem teže na zraku in pod vodo so določili vzgon, ki deluje na potopljeno telo. Delo so zaključili z malico in se odločili, da bodo nadaljevali razpravljanje o poskusu, ko bodo ponovno skupaj v fizikalni učilnici (slika 2 zgoraj).

Pomagajmo učencem nadaljevati zgodbo o Arhimedu in carjevi kroni tako, da bomo uporabili rezultate njihovih meritev. Krona iz naše zgodbe je bila domnevno sestavljena iz dveh snovi, zlata in dodanega srebra. Da bomo lažje spremljali potek določa-



SLIKA 1.

K carju Hieronu v čudovit dvorec je bil poklican draguljar ... Bleščala se je zlata carjeva krona, počivala na mizi v pozlačeni dvorani. Slika in verzji so iz ruske pesnitve o Arhimedu in carju Hieronu [1].

nja srebra v kroni in na koncu svoje sklepanje preverili s poskusom, zamenjajmo krono z modelom telesa, sestavljenega iz aluminija in lesa (slika 3). Način določanja sestave krone ali sestave modela je v obeh primerih enak, zamenjati moramo le ustrezne gostote.

Postopamo podobno, kot so merili naši učenci. Izmerimo težo sestavljenega telesa na zraku in v vodi. Težo na zraku označimo z F_g , v vodi z F'_g in vzgon z F_{vz} . Teža potopljenega telesa je rezultanta sil F_g in F_{vz} , $F'_g = F_g - F_{vz}$. Poznamo F_g , F'_g , gostoto aluminija ρ_A , gostoto lesa ρ_L in gostoto vode ρ_V , iščemo



SLIKA 2.

Zgoraj: Začetek meritev, spodaj: udeleženci s kraljico dneva v ospredju

gostoto sestavljenega telesa. Težo sestavljenega telesa izrazimo z njegovo prostornino V , z gostoto ρ_t , z zemeljskim pospeškom g in enako tudi vzgon, le da upoštevamo pri zapisu vzgona gostoto vode. Razmerje sil F_g in F_{vz} izrazimo enkrat z razmerjem gostot, drugič z razmerjem, v katerem bosta samo sili F_g in F_{vz} : $\frac{F_g}{F_{vz}} = \frac{\rho_t g V}{\rho_v g V}$ in $\frac{F_g}{F_{vz}} = \frac{F_g}{F_g - F'_{vz}}$. Na oba načina zapisani razmerji sil prikažemo z novim razmerjem:

$$\rho_t = \frac{F_g}{F_g - F'_{vz}} \quad (1)$$

aluminij

 m_A, V_A

les

 m_L, V_L

SLIKA 3.

$V = V_A + V_L, m = m_A + m_L.$

Model sestavljenega telesa iz aluminija in lesa.

Če označimo količnik $\frac{F'_g}{F_g}$ s k , lahko iz (1) izrazimo gostoto telesa:

$$\rho_t = \frac{\rho_v}{1 - k} \quad (2)$$

Iz izraza (2) je razvidno, da je gostota potopljenega telesa enaka gostoti vode, ko je $F'_g = 0$ oziroma $k = 0$. Dodatek srebra v carjevi kroni ugotovimo s primerjavo gostote čistega zlata z gostoto krone, ki jo dobimo po (2). Pri učencih, ki so sodelovali pri merjenju teže pod vodo, pa je mogoče po izrazu (2) določiti gostote njihovih teles. Na primer: količnik med težo v vodi in na zraku, F'_g/F_g , je bil od 1/18 do 1/16, kar ustreza gostoti teles od 18/17 do 16/15 gostote vode.

Vrnimo se k našemu modelu iz aluminija in lesa, ki po sestavi ponazarja zlato krono, kateri je dodano srebro. Po izrazu (2) določimo njegovo gostoto, z malo računske spretnosti pa lahko tudi določimo delež aluminija in lesa. Postopek je zanimiv in splošno uporaben za določanje deleža sestavin v telesu, če poznamo gostote posameznih snovi in gostoto telesa, ki je dobljena po izrazu (2). Po znanem obrazcu $\rho = \frac{m}{V}$ zapišimo gostoto sestavljenega telesa z njegovo maso m in prostornino V , gostoto aluminija z maso m_A in prostornino V_A , gostoto lesa z maso m_L in prostornino V_L ter izrazimo njihove prostornine z ustreznimi masami in gostotami. Ker je prostornina sestavljenega telesa enaka vsoti prostornin posameznih sestavin, lahko izraz za vsoto $V = V_A + V_L$ zapišemo:

$$\frac{m}{\rho_t} = \frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_L}{\rho_L} \quad (3)$$

Delež aluminija m_A/m v sestavljenem telesu označimo z d_A , delež lesa $\frac{m_L}{m}$ pa z d_L . Masi m_A in m_L izrazimo z d_A , d_L in m . S temi oznakami zapišemo izraz (3) v obliki: $\frac{m}{\rho_t} = d_A \frac{m}{\rho_A} + d_L \frac{m}{\rho_L}$. Po deljenju obeh



strani z m in upoštevanju, da je $d_A + d_L = 1$, dobimo delež lesa v sestavljenem telesu, odvisen od gostote obeh sestavin in od gostote telesa: $d_L = \frac{\frac{\rho_A}{\rho_L} - 1}{\frac{\rho_A}{\rho_V} - 1}$. Če zamenjamo gostoto telesa z izrazom (2), postane delež lesa odvisen od gostote aluminija, gostote lesa, gostote vode ter od izmerjenih tež F_g in F'_g :

$$\blacksquare \quad d_L = \frac{\frac{\rho_A}{\rho_V} (1 - k) - 1}{\frac{\rho_A}{\rho_L} - 1}. \quad (4)$$

Na podoben način, kot smo določili delež lesa, bi lahko ugotovili tudi delež srebra v carjevi kroni.

Poglejmo, kako lahko uporabimo izraz (4) pri meritvah naših učencev. Zlate krone nimamo, imamo pa meritve njihovih tež na zraku in v vodi. Človeško telo obravnavamo podobno, kot smo obravnavali sestavljeno telo iz aluminija in lesa. Snovi, ki sestavljajo človeško telo, razdelimo v dve skupini. V prvo skupino uvrstimo mišice, kosti in nekatere organe. Gostota teh snovi je malo večja od gostote vode, povprečna vrednost je okoli 1,1 gostote vode. V drugo skupino uvrstimo maščobe s povprečno vrednostjo 0,9 gostote vode. Gostoto snovi v prvi skupini primerjamo z gostoto aluminija, v drugi skupini pa z gostoto lesa. Razpolagamo tudi z meritvami teže telesa na zraku in v vodi, ki jih v izrazu (4) označimo s konstanto k . Ker se gostoti snovi v obeh skupinah zelo malo razlikujeta, morajo biti tudi meritve obeh tež, na zraku in v vodi, čim bolj natančne. Omenili smo že, da so bile v skupini učencev vrednosti za k od $1/18$ do $1/16$, kar pomeni, da je delež maščob v telesu od 14 do 18 odstotkov. Pri odraslih osebah je delež maščob navadno nad dvajset odstotkov. Če upoštevamo, da so našo skupino sestavljali zelo mladi ljudje in da tudi zbranost pri meritvah ni prispevala k posebni natančnosti, je dobljeni rezultat še vedno sprejemljiv. Dejavnosti učencev v naravi so bile namenjene predvsem doživljanju zgodbe o Arhimedu, določanje maščob pa je le dodatna zanimivost, ki nekaj pove tudi o človeškem telesu.

Literatura

- [1] N. I. Kovancov, *Matematika i romantika*, Kiev, Višča škola, 1980, 48–54.

Razmisli in poskusi



MITJA ROSINA



58. Poševni zvonik v Črnem Kalu

Ko smo se še vozili proti Kopru po stari cesti, mi je padel v oči poševni zvonik v Črnem Kalu. Mislil sem, da gre za iluzijo: zaradi centrifugalne sile, ki jo čutimo v avtu na ovinku, se nam zdi navpičnica nagnjena glede na pravo navpičnico. Vendar sem se nekoč ustavil in šel v vas pogledat, kaj je na stvari. Zvonik je res nagnjen! Domačini so mi povedali, da so namerili cel meter nagiba na vrhu zvonika. Če je vrh zvonika visok 20 metrov, to pomeni nagib 1:20, kar je 5 % ali 3°. Pozneje so zvonik nekoliko sanirali, toda še vedno je poševen.

NALOGA. Deloma pa gre res za iluzijo. Pri hitri vožnji okrog ovinka se zdi zvonik še mnogo bolj nagnjen. Izračunaj, kolikšen je navidezni nagib, če se pelješ s hitrostjo 50 km/h in je krivinski radij 200 metrov!

Če se kdaj ustaviš v Črnem Kalu, pa še sam izmeri nagib zvonika. Uporabi nekaj iznajdljivosti, kako boš to izmeril in napravi lepo fotografijo. Oцени tudi, koliko bolj se ti zdi zvonik nagnjen med vožnjo.

