

Posadke pri projektu Apollo

↓↓↓
ALEŠ BERKOPEČ

→ V okviru projekta Apollo je proti Luni poletelo enajst posadk, od Apolla 7 (oktober 1968) do Apolla 17 (december 1972). V vsaki so bili trije astronauti, glede na dneve v tednu pa so bili rojeni tako, kot kaže tabela 1.

Opazimo lahko, da je bilo med enajstimi posadkami natanko sedem takih, pri katerih sta vsaj dva astronauta rojena na isti dan v tednu. Zanima nas, ali je takšna razporeditev razmeroma pogosta ali pa gre za redko naključje. Kolikšna je torej verjetnost, da posadka treh naključno izbranih astronautov vključuje najmanj dva, ki sta rojena na isti dan v tednu? Kolikšna je verjetnost, da je med enajstimi posadkami vsaj sedem takih?

Privzemimo, da je verjetnost rojstva astronauta za vsak dan v tednu enaka, torej $1/7$. Načrt naj bo tak: najprej izračunamo število vseh možnosti, torej da

je vsak od trojice rojen na katerikoli dan v tednu, potem pa število tistih, pri katerih sta vsaj dva rojena na isti dan v tednu.

Od tod dobimo klasično oceno za verjetnost p , da se dogodek zgodi pri eni posadki. Rezultat za sedem takih posadk je produkt sedmih p in štirih $q = 1 - p$, te pa lahko premešamo na $\binom{11}{7} = \binom{11}{4}$ načinov.

Ker je vsak od treh članov posadke lahko rojen na katerikoli dan v tednu, je vseh možnosti $7 \cdot 7 \cdot 7$. Da so vsi rojeni na isti dan, na kateregakoli od sedmih dni, je možnosti $7 \cdot 1 \cdot 1$ (za prvega sedem, za preostala dva ena), da so vsi rojeni na različne dneve, pa $7 \cdot 6 \cdot 5$ (za prvega je sedem možnosti, za drugega ena manj, za tretjega še ena manj). Če sta dva rojena na isti dan, sta to lahko prvi in drugi, drugi in tretji ali prvi in tretji; za ta par je za enega sedem možnosti, za drugega ena možnost. Za tistega, ki ni rojen na isti dan, je možnosti šest, za preostala dva sedem, oz. $6 \cdot 7 \cdot 1$ ali $7 \cdot 6 \cdot 1$ ali $7 \cdot 1 \cdot 6$ (tisti, ki se razlikuje, je lahko na prvem, drugem ali tretjem mestu).

Apollo	poveljnik	1. član	2. član	dan v tednu			n
7	Schirra	Eisele	Cunningham	pon	pon	sre	2
8	Borman	Lovell	Anders	sre	ned	tor	1
9	McDivitt	Scott	Schweickart	pon	pon	pet	2
10	Stafford	Young	Cernan	sre	sre	sre	3
11	Armstrong	Collins	Aldrin	tor	pet	pon	1
12	Conrad	Gordon	Bean	pon	sob	tor	1
13	Lovell	Swigert	Haise	ned	ned	tor	2
14	Shepard	Roosa	Mitchell	ned	sre	sre	2
15	Scott	Worden	Irwin	pon	ned	pon	2
16	Young	Mattingly	Duke	sre	tor	čet	1
17	Cernan	Evans	Schmitt	sre	pet	sre	2

TABELA 1.

Preverimo, da je vsota vseh možnosti 7^3

$$\begin{aligned} & 7 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot (7 \cdot 6 \cdot 1) + 7 \cdot 6 \cdot 5 \\ & = 7 \cdot (1 + 3 \cdot 6 + 6 \cdot 5) = 7 \cdot 49 = 7^3, \end{aligned}$$

in pogledjmo, koliko je tistih, pri katerih sta dva ali so trije rojeni na isti dan v tednu. Za dva je možnosti $3 \cdot 7 \cdot 6$, za vse tri 7 in skupno $7 \cdot 19$. Verjetnost, da v eni trojici najdemo dva ali tri rojene na isti dan v tednu, je po klasični definiciji število ugodnih možnosti, deljeno z vsemi,

$$p = \frac{7 \cdot 19}{7 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{19}{49}, \quad (1)$$

kar je tudi odgovor na prvo vprašanje.

Ker za vsako posadko velja 1, je verjetnost, da je med enajstimi posadkami sedem takih, štiri pa ne, enaka $p^7 q^4$. A vrstni red nam pri tem ni pomemben, zato je rezultat seštevek vseh kombinacij sedmih p in štirih q , ki jih je $\binom{11}{7} = \binom{11}{4}$, ali skupno

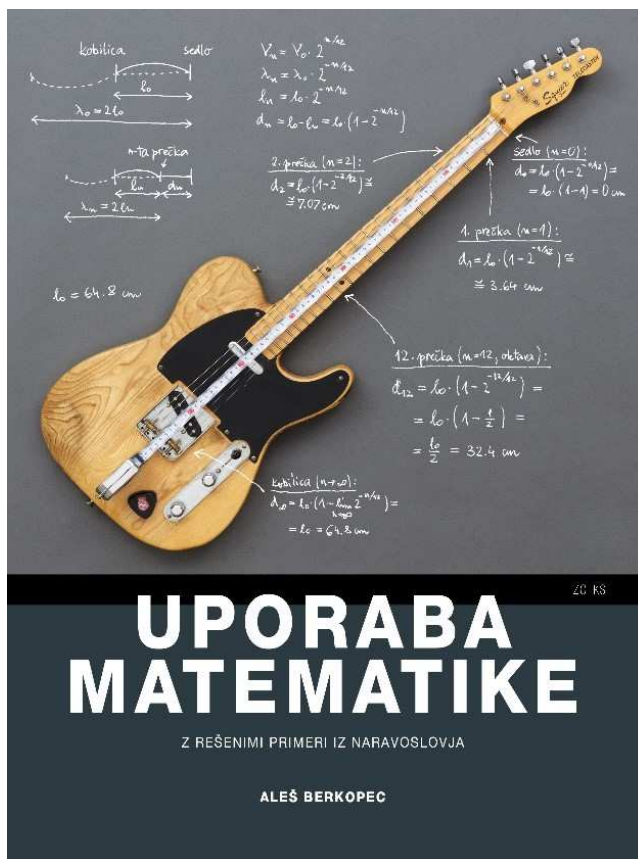
$$P_7 = \binom{11}{7} p^7 q^4 = \binom{11}{7} \cdot \left(\frac{19}{49}\right)^7 \cdot \left(\frac{30}{49}\right)^4 \doteq 0,0611.$$

Ker nas je zanimalo, kolikšna je verjetnost, da je vsaj sedem takih, moramo prišteti še verjetnosti, da jih je osem, devet, deset ali enajst. Teh je

$$\begin{aligned} P_8 &= \binom{11}{8} p^8 q^3 = \binom{11}{8} \cdot \left(\frac{19}{49}\right)^8 \cdot \left(\frac{30}{49}\right)^3 \\ &\doteq 0,0193 \\ P_9 &= \binom{11}{9} p^9 q^2 = \binom{11}{9} \cdot \left(\frac{19}{49}\right)^9 \cdot \left(\frac{30}{49}\right)^2 \\ &\doteq 0,0041 \\ P_{10} &= \binom{11}{10} p^{10} q^1 = \binom{11}{10} \cdot \left(\frac{19}{49}\right)^{10} \cdot \left(\frac{30}{49}\right)^1 \\ &\doteq 5,17 \cdot 10^{-4} \\ P_{11} &= \binom{11}{11} p^{11} q^0 = \binom{11}{11} \cdot \left(\frac{19}{49}\right)^{11} \cdot \left(\frac{30}{49}\right)^0 \\ &\doteq 2,98 \cdot 10^{-5}, \end{aligned}$$

vsota vseh od P_7 do P_{11} pa iskana verjetnost, da bi vsaj sedem posadk imelo najmanj dva člana rojena na isti dan v tednu

$$P_{7..11} = \sum_{k=7}^{11} P_k \doteq 0,0851 \doteq 8,51\%.$$



Članek Posadke pri projektu Apollo smo si izposodili iz knjige Uporaba matematike z rešenimi primeri iz naravoslovja avtorja Aleša Berkopca, ki je izšla jeseni 2021. Avtor, ki je po izobrazbi fizik, v knjigi obravnava številne zanimive primere iz naravoslovja na način, ob katerem lahko srednješolke in srednješolci razširijo in utrdijo svoje matematično znanje.

XXX

www.dmfa.si

www.dmfa-zaloznistvo.si