

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 14 (1986/1987)

Številka 3

Strani 130-137

Janez Strnad:

JABOLKO IN LUNA – OB TRISTOLETNICI NEWTONOVIH PRINCIPOV

Ključne besede: fizika, utrinki.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/14/831-Strnad.pdf>

© 1987 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

JABOLKO IN LUNA

Ob tristoletnici Newtonovih *Principov*

Menda pozna Isaaca Newtona (slika 1) več ljudi po zgodbi o jabolku in Luni kot po gravitacijskem zakonu, na katerega naj bi ga navedla, in po osnovnih zakonih mehanike. Večina življenjepiscev povzema zgodbo po Voltairu, ki jo je slišal od Newtonove nečakinje.

Okoli leta 1666 je bila cambriška univerza več kot poldrugo leto zaprta zaradi kuge. Triindvajsetletni Newton se je tedaj vrnil v rodni kraj Woolsthorpe na materino kmetijo. Knjige je pustil v Cambridgu in je imel veliko časa za razmišljanje. Naključje je nanoslo, da je razmišljal na vrtu, ko je z jablane padlo zrelo jabolko. Newton je razglabljal o tem, zakaj pade jabolko. Vprašal se je,

Slika 1. Isaac Newton (1642–1727). Newton je živel v zelo razgibanem času. Leta 1649 so usmrtili kralja iz katoliške dinastije Stuartov, ki se je zapletel v boj s parlamentom. Do leta 1660 je bila Anglija republika. Takrat so se vrnil na prestol Stuarti. Toda leta 1688 so pregnali kralja iz te dinastije v *slavni revoluciji* in si izbrali protestantskega kralja. V tem času so s pogodbami določili meje kraljeve oblasti in ločili zakonodajno in izvršilno oblast ter tako položili temelje demokratični državi. I. Newton je vztrajno zastopal stališče univerze proti samovolji katoliškega kralja. Pozneje so ga izvolili v parlament. Redno je hodil na seje, a se na njih ni oglašal. Bil je povzdignjen v plemiški stan in je postal najprej nadzornik in nato upravnik državne kovnice denarja.



zakaj ostane Luna v nespremenjeni razdalji. Na Luno mora delovati ista sila kot na jabolko, le da je zaradi večje oddaljenosti šibkejša. Zgodba o jabolku in Luni ni zašla samo v skoraj vse Newtonove življenjepise, ampak tudi v mnoge učbenike. Zbudi zanimanje, preprosta je in lahko si jo je zapomniti, tako da pripravi učenca na gravitacijski zakon.

V zgodovini človeštva ni večjega imena, kot je Newtonovo, in ni ga človeškega dela, ki bi doseglo višino njegove knjige *Principi*. Dejstvo, da je to mojstrsko delo prvič omogočilo, da so ljudje prodrli v globino narave in da je z bleščečo lučjo osvetlilo mehanizem, ki giblje nebesna telesa, pojasnjuje, zakaj so na pisatelja te knjige gledali kot na človeka, ki je prekosil človeški rod. To nam tudi pojasnjuje, zakaj je najznamenitejši nadaljevalec njegovega dela, Laplace, lahko rekel: "Ta knjiga se bo ohranila kot spomenik veleuma, ki nam je odkril največji zakon vesolja." Prav zaradi tega je Lagrange resignirano vzkliknil: "Newton je lahko srečen, da je imel nalogo, pojasniti sestav sveta. Žal je nebo samo eno." In zato je slednjič njegov najslovitejši pevec, Voltaire, zaklical: "Večne prvine, Najvišjega znanke, ne žge ljubosumja v vas veliki Newton?"

P. Rousseau, *Zgodovina znanosti*,
DZS, Ljubljana 1955, str. 272

Anekdotna pravi, da je Newton izrekel gravitacijski zakon, ko je opazoval padanje zrelega jabolka z drevesa. Resnica je nekoliko drugačna. Newton je izrekel gravitacijski zakon šele po skrbnem primerjanju padanja jabolka z gibanjem Lune.

J.Ferbar, F.Plevnik, *Fizika za 8.razred*,
DZS, Ljubljana 1975, str. 59

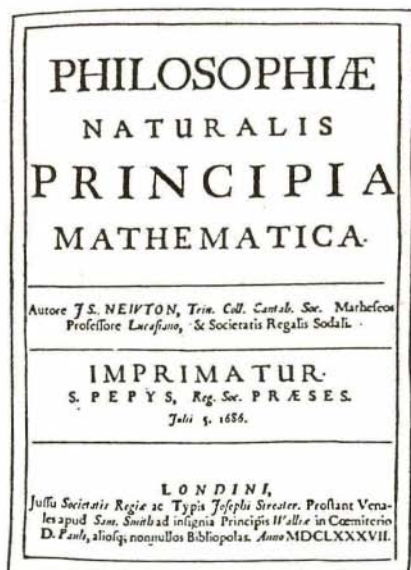
Manj znano obliko zgodbe navaja W. Stukeley v *Memoirs of Sir Isaac Newton's Life* (Spomini na življenje sira Isaaca Newtona): "Po kosilu (pri Newtonu v Londonu) je bilo toplo vreme. Prešla sva na vrt in pila čaj v senci jablan. Bila sva sama. Med drugim mi je sir Isaac pripovedoval, da mu je v čisto enakih okoliščinah padla na pamet prva misel o gravitaciji. Sprožilo jo je jabolko, ki je padlo, ko je pogreznjen v misli sedel na vrtu. Zakaj pade jabolko vedno navpično, zakaj ne postrani, ampak vedno proti središču Zemlje? Če snov tako privlači drugo snov, mora obstajati sorazmernost z njeno množino. Zaradi tega jabolko prav tako privlači Zemljo kot Zemlja jabolko. Zato mora obstajati sila, podobna tisti, ki ji pravimo teža in ki sega po vsem vesolju."

Nekateri pisci ob Newtonovem prisilnem bivanju v Woolsthorpu ne varčujejo z vznesenimi besedami. Pierre Rousseau je v *Zgodovini znanosti* zapisal: "Človeštvo bi lahko brez škode prečrtalo v svoji zgodovini dobo od Arhimedove smrti do Descartesovega rojstva s pridržkom, da bi se pri tem ohranilo New-

tonovo bivanje v Woolsthorpu. (Ni čisto jasno, kako je to mislil, saj je bil René Descartes rojen že leta 1596, medtem ko je Newton živel v Woolsthorpu s kratko prekinitvijo od 1665 do 1667.) Če bi vsako od obeh časovnih obdobj položili na skledico tehtnice, in sicer osemnajst stoletij na eno stran in dve leti na drugo, verjetno osemnajst stoletij ne bi tehtalo več. V času tega bivanja v Woolsthorpu je namreč Newton iznašel infinitezimalni račun, odkril splošno težnost ter se lotil teorije svetlobe. Čuval pa se je, da bi komu kaj pokazal; prvič zaradi tega, ker še ni izvedel dokončnih dokazov, in drugič zaradi tega, ker je kazal nagoni odpor pred javnostjo in razpravljanjem."

Letos je minilo tristo let, odkar je Isaac Newton v knjigi *Principia mathematica philosophiae naturalis* (Matematične osnove naravoslovja ★) postavil temelje mehanike (slika 2). Prav zaradi obletnice smo se spomnili na zgodbo o jabolku in Luni. V *Principih* je Newton prvič navedel tri osnovne zakone mehanike in gravitacijski zakon. V zadnjem od treh delov *Principov* z naslovom *Sistem sveta* je precej pozornosti namenil Luni in je obdelal njeno gibanje okoli Zemlje.

Slika 2. Naslovna stran prve izdaje *Principov* iz leta 1687. Dovoljenje za tisk je knjiga dobila leto prej, a tiskanje se je zavleklo.



- ★ Nekdaj so naravoslovju ali fiziki rekli filozofija narave. Newton je knjigo po tedanji navadi napisal v latinščini.

Newtonovi zakoni (iz uvoda *Principov*)

1. Telo vztraja v stanju mirovanja ali enakomernega premega gibanja, če ga zunanja sila ne prisili k spremembi tega stanja.
2. Sprememba gibalne količine je sorazmerna z zunanjo silo in ima smer sile.
3. Če deluje prvo telo na drugo telo s silo, deluje drugo telo na prvo z enako veliko silo v nasprotni smeri.

Zakonom smo dali obliko, v kateri jih uporabljamo dandanes. Prvi zakon, *zakon o vztrajnosti*, je navedel že René Descartes, pa tudi Galileo Galilei ga je poznal. Zasnove drugega zakona je mogoče najti pri nekaterih drugih fizikih. Tretji zakon, *zakon o vzajemnem učinku*, je pravzaprav za Newtona najznačilnejši.

Gravitacijski zakon (iz tretjega dela *Principov*):

Sila, s katero deluje prvo telo na drugo telo, je sorazmerna z maso prvega telesa m_1 in z maso drugega telesa m_2 , ter obratno sorazmerna s kvadratom razdalje r :

$$F = \kappa m_1 m_2 / r^2$$

O sorazmernostnem koeficientu κ , *gravitacijski konstanti*, je I. Newton samo ugibal. Izmeril ga je šele leta 1798 Henry Cavendish. Gravitacijski zakon velja v zapisani obliki za majhni telesi. Velja tudi za krogelno simetrični telesi, ki ju nadomestimo z majhnima telesoma v središčih. To ugotovitev je Newton izpeljal šele v *Principih*. Tudi zato ni mogel gibanje Lune do kraja pojasniti s privlačno silo Zemlje že okoli leta 1666.

Luno drži na njeni poti sila, zaradi katere telesa na Zemlji padajo. Da Luna kroži okoli Zemlje v dani razdalji, mora biti težni pospešek 3600-krat manjši kot na zemeljskem površju. Ker pojema gravitacija obratno sorazmerno s kvadratom razdalje in ker je Luna 60-krat bolj oddaljena od središča Zemlje kot zemeljsko površje, je težni pospešek v razdalji Lune zares $60^2 = 3600$ -krat manjši kot na zemeljskem površju. To ujemanje je povečalo zaupanje v Newtonove zakone.

Nenavadno se zdi, da je I. Newton od leta 1666 do leta 1687 čakal z objavo te ugotovitve. Nekateri zgodovinarji so poskusili odgovoriti na vprašanje takole: I. Newton je hotel v Woolsthorpu preskusiti svojo zamisel. Ker ni imel drugih podatkov, je po spominu vzel za dolžino ene stopinje na zemeljskem poldnevniku 60 angleških milj (angleška milja meri 1,609 kilometra), za oddaljenost Lune 60-kratni zemeljski radij in za njen obhodni čas 27 dni 7 ur 43 minut (M. Milanković, *Kratka zgodovina astronomije*, 1. del, DMFA, Ljubljana 1982, str. 141 in 155). Toda račun mu je dal za težni pospešek na zemeljskem površju za sedmino manj od znane vrednosti. P. Rousseau pravi: "... in Newton je doživel veliko razočaranje: njegov preizkus ni držal. 'K vragu težnost!' je zagodrnjal. 'Opustimo vse to in se lotimo optike!' "

Zgodba ima še nadaljevanje. Leta 1682, kakih šestnajst let pozneje, je Newton na seji Kraljeve družbe ★ zvedel za novo francosko merjenje stopinje na zemeljskem poldnevniku. Z novim podatkom je odhitel domov. Toda bil je tako razburjen, da sam ni zmozel preprostega računa. Prosil je prijatelja, da ga je naredil namesto njega. Zdaj je dobil pravo vrednost težnega pospeška na zemeljskem površju.

Vrednost za dolžino stopinje na poldnevniku so pozneje uporabili v definiciji za meter: zemeljski poldnevnik ima obseg 40 000 kilometrov. Eni stopinji ustreza tedaj $40\,000\text{ km}/360 = 111\text{ kilometrov}$. To je zares za sedmino več od podatka $60,1,609\text{ km} = 97\text{ km}$, ki ga je I. Newton uporabil pri svojem prvem računu: upošteval je pač za sedmino premajhen radij Zemlje.

Celo manj kritični zgodovinarji mislijo, da je nadaljevanje dvomljivo. O francoskem merjenju so v Kraljevi družbi, katere član je bil Newton od leta 1672, razpravljali že leta 1675. Vrhu tega leta 1682 Newton še ni imel tajnika in si je težko misliti, kateremu prijatelju bi, ko je pritekel s seje, pri sebi doma poveril račune.

Bolj kritični zgodovinarji fizike dvomijo tudi v začetek zgodbe. Stukeleyeva inačica je zagotovo izvirna iz trte. Iz Newtonovega pisanja je mogoče razbrati, da je tretji zakon, zakon vzajemnega učinka, odkril okoli začetka leta 1685. Tudi Voltairova inačica ne more držati v celoti, ker je gravitacijski zakon zgrajen na zakonu o vzajemnem učinku. Morda se je Newton v Woolsthorpu zares začel podrobneje zanimati za gibanje vesoljskih teles, kot se je zanimala zanj in za optiko večina tedanjih učenjakov. Marsikdo od njih je tedaj ugibal, da je sila obratno sorazmerna s kvadratom razdalje. Tako namreč pojema gostota nečesa, kar se neovirano in enakomerno iz točke širi na vse strani. Deliti je namreč treba s površino krogle, ki narašča sorazmerno s kvadratom razdalje. Toda Isaac Newton je dolgo časa razmišljal enako kot Christian Huygens okoli leta 1673 in drugi, drugače, kot razmišljamo dandanes.

Račun gibanja Lune. Nakažimo račun, o katerem smo govorili. Telo naj enakomerno kroži okoli Zemlje po krogu z radijem r s hitrostjo v . V ravnino kroženja postavimo koordinatni sistem z izhodiščem v središču kroga in s telesom v trenutni legi ob času $t = 0$ na osi y . Kratek hip pozneje, ob času t , se telo premakne v točko P (slika 3a). Izračunajmo koordinati te točke. Točka leži na krogu in po Pitagorovem izreku velja $x^2 + y^2 = r^2$. Ker je x majhen in se y malo razlikuje od r , lahko približno zapišemo $y = \sqrt{r^2 - x^2} = r \sqrt{1 - x^2/r^2} = r - x^2/2r$, tako da je $r - y = x^2/2r$. Približno namreč

★ Royal Society nekako ustreza naši akademiji znanosti.

velja $\sqrt{1+\delta} = 1 + \frac{1}{2}\delta$, če je δ majhen v primeri z 1. Ko obe strani enačbe kvadriramo, lahko zanemarimo člen z δ^2 v primeri z 1.

Gibanje telesa opišimo kot vodoraven met. V vodoravni smeri, to je v smeri osi x , se giblje telo enakomerno s hitrostjo v , tako da je $x = vt$. V navpični smeri, to je v smeri osi y , pa pada enakomerno pospešeno s pospeškom g , tako da je $z = r - y = \frac{1}{2}gt^2$. Da sta gibanji v obeh pravokotnih smereh neodvisni, je vedel že Galileo Galilei. Vedel je tudi, da se telo pri vodoravnem metu giblje po paraboli. Precej časa smo porabili prav zato, da smo odsek kroga približno izrazili kot odsek parabole. Omenimo še to, da je po enakomernem gibanju v vodoravni smeri Galilei sklepal, da velja zakon vztrajnosti.

Že on bi lahko oboje združil in iz enačbe

$$r - y = \frac{1}{2}x^2/r = \frac{1}{2}(vt)^2/r = \frac{1}{2}gt^2$$

izračunal pospešek

$$g = v^2/r$$

Tega ni storil; težni pospešek sam ga ni posebno zanimal, saj ga ni mogel naravnost meriti.

Newton bi tej enačbi lahko dodal zvezo o pojemanju težnega pospeška z razdaljo

$$g = g_0 r_0^2/r^2$$

v kateri je g_0 težni pospešek na površju Zemlje z radijem r_0 . Če je tako storil, pri tem ni rabil zakona o vzajemnem učinku in gravitacijskega zakona, do katerih se je dokopal šele leta 1684. Iz zapisanih enačb bi lahko izračunal težni pospešek na zemeljskem površju in ga primerjal z vrednostjo, ki jo je dobil C. Huygens z nihalom. Treba bi mu bilo samo izračunati hitrost krožečega telesa tako, da bi obseg tira $2\pi r$ delil s obhodnim časom t_0 . Tako bi dobil

$$g_0 = v^2 r/r_0^2 = (2\pi r/t_0)^2 r/r_0^2 = 4\pi^2 r^3/r_0^2 t_0^2$$

in s tem mimogrede še *tretji Keplerjev zakon*: za vse zemeljske satelite je kvocient kuba oddaljenosti od središča in kvadrata obhodnega časa enak. Kepler je leta 1609 postavil zakon za planete, ki se gibljejo okoli Sonca.

Vzemimo najprej za radij Luninega tira $60r_0$ in dobimo $g_0 = 86400 \pi^2 r_0/t_0^2$, torej je težni pospešek sorazmeren z radijem Zemlje. Ko vstavimo za ta radij $r_0 = 6400$ km in obhodni čas Lune $t_0 = 27$ dni, dobimo $g_0 = 10 \text{ m/s}^2$, to je težni pospešek na površju Zemlje. Če je Newton upošteval za sedmino premajhen radij Zemlje, 5500 km, je dobil za sedmino premajhen težni pospešek $8,6 \text{ m/s}^2$. S tem se najbrž zares ne bi zadovoljil.

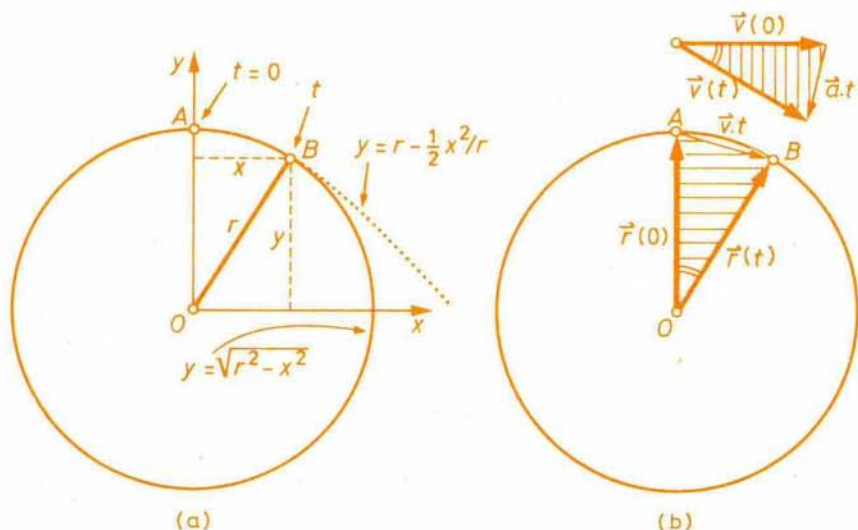
Doslej smo računali tako, kakor da še ne bi izšli *Principi*. Po izidu *Principov* je bil lahko račun mnogo krajši: Na krožeče telo mora delovati *centripetalna*, to je proti središču usmerjena, *sila* mv^2/r in ta sila je ravno gravitacija osrednjega telesa: $mm_Z/r^2 = mg_0 r_0^2/r^2$. V našem primeru je m masa Lune in m_Z masa Zemlje.

Od kod vemo, da je centripetalna sila mv^2/r ? Ko sestavimo hitrost $\dot{v}(0)$ v trenutku $t = 0$ in s časom t pomnoženi pospešek at , dobimo novo hitrost $\dot{v}(t)$ v trenutku t . Ko sestavimo radij $\dot{r}(0)$ do telesa v začetnem trenutku in s časom pomnoženo hitrost $\dot{v}(t)$, dobimo radij $\dot{r}(t)$ v trenutku t . Oba trikotnika sta podobna, pa lahko zapišemo $vt/r = at/v$ (slika 3b). Poskrbeti moramo le, da je čas t tako kratek, da lahko lok AB približno izenačimo s tetivo vt .

Postaviti se moramo — po prvem Newtonovem zakonu — na stališče, da se prosto telo giblje premo enakomerno ali miruje. To izključuje možnost, da bi se vrteli in trdili, da Luna miruje. Ne, Luna enakomerno kroži, enakomerno kroženje pa je pospešeno gibanje. To je treba poudariti. Zares se pri enakomernem kroženju ne spreminja velikost hitrosti. Toda za hitrost ni značilna samo velikost, ampak tudi smer, in pri kroženju se spreminja njena smer. Kot je povezan pospešek s spreminjanjem velikosti hitrosti, je povezan tudi s spreminjanjem smeri hitrosti. Le v prvem primeru ima smer hitrosti, v drugem pa je pravokoten nanjo.

Na ta način gledanja je opozoril Newtona šele leta 1679 Robert Hooke. Tako je mogoče razbrati iz pisma, ki ga je napisal Newtonu konec tega leta. Hookovo obvestilo je menda preusmerilo tok Newtonovih misli in privedlo naposled do *Principov*. Hooke sam je bil premalo vztrajen in ni znal dovolj matematike, da bi se mu posrečilo odločilno odkritje.

Vseeno življenjepisci zgodbe o jabolku in Luni ne pripovedujejo brez osnove. Newton jo je, kot vse kaže, razširil sam, da bi se mu ne bilo treba prepirati s Hookom. Do prepirov je prišlo že šest let prej ob neki Newtonovi optični razpravi. Zato je počakal tudi z objavo poročila o optičnih poskusih, ki jih je



Slika 3. Kroženje Lune okoli Zemlje lahko sestavimo iz prostega padanja proti središču in premega enakomernega gibanja v pravokotni smeri. Lok AB približno opišemo kot odsek parabole (a). Radialni pospešek pri enakomernem kroženju dobimo, ko upoštevamo spremembo hitrosti in ustrezno spremembo lege. Narisana trikotnika sta podobna (b).

naredil pred *Principi*. Knjigo *Opticks* — za razliko od *Principov* je pisana v angleščini — je izdal leta 1704, leto dni po Hookovi smrti.

Newton je zgodbo o jabolku in Luni napisal v osnutku pisma nekemu francoskemu pisatelju leta 1717, a jo je prečrtal. Najbrž jo je prijateljem že prej pripovedoval. Vse to v ničemer ne zmanjša pomena *Principov* in Newtonovega dela. Opozarja pa na človeško stran. Newton se je večkrat zapletel v hude spore, kar tedaj ni bilo nič nenavadnega. Opozarja tudi na to, kako težavno je delo zgodovinarja fizike. V glavnem se mora opirati na pisane vire iz tistega časa, a vsem ne sme zaupati. S primerjanjem takih virov mora — pri tem mu pride prav znanje fizike — ločiti zrno od plev. Veliko prijetnih, zanimivih in na prvi pogled verjetnih zgodbic iz zgodovine fizike, ki jih najdemo tudi v učbenikih, je spornih.

Janez Strnad

UTRINKI

Pritlikavci na ramenih velikanov vidijo dlje kot velikani sami.

Diego de Estella (1524 — 1578)

Če sem videl dlje kot drugi, sem videl zato, ker sem stal na ramenih velikanov.

I. Newton

Ne vem, kakšen se lahko zdim svetu, a sam sebi se zdim kot deček, ki se igra na obali in uživa, ko od časa do časa najde bolj pisan kamenček ali rdečo školjko, pred menoj pa se razteza velik ocean resnice neraziskan.

I. Newton

Ob rojstvu je bil tako majhen, da je njegova mati dejala, da bi ga lahko dala v litrski lonec, in kazal je tako slabotne znake življenja, da sta se ženski, ki sta šli po "krepilna zdravila", čudili, ko sta ga ob svojem povratku našli živega ...

Ni bil dober učenec in kot pravi sam, je bil nepazljiv ter med zadnjimi v razredu...

J. Jeans, *Zgodovina fizike*, DZS, Ljubljana 1955, str. 208

Tukaj počiva Sir Isaac Newton, plemič, ki je s skoraj božanskim umom prvi z bakljo matematike ugotovil gibanje planetov, poti kometov in plimo morja ...

Napis na Newtonovem grobu