

Široki matematični in tehnični javnosti je bil mor-
da profesor Vidav bolj kot znanstvenik poznan kot
velik učitelj ter pisec strokovnih člankov in matema-
tičnih knjig. Celo v svetovnem merilu ne najdemo
veliko ljudi, ki zmorejo tako znanstveno delati kot
pisati matematične knjige in biti hkrati odlični učite-
lji. Naš profesor je to bil.

Napisal je več kot dvajset matematičnih knjig, že
na samem začetku svoje avtorske poti uspešnici Viš-
ja matematika I in Višja matematika II, visokošol-
ska učbenika, za katera je leta 1952 prejel Prešer-
ovo nagrado.

Poleg znanstvenih in strokovnih člankov, učbeni-
kov in gradiv za študente je profesor Vidav pisal tudi
za mladino in matematično manj izobražene bralce.
V matematični zbirki Sigma so izšla tri njegova po-
ljudnoznanstvena dela, za Presek je napisal 29 pri-
spevkov¹. Znal je in bil voljan pisati razumljivo in
hkrati matematično korektno tudi za najskromnejše
ljubitelje matematike.

Tudi kot univerzitetni učitelj matematike je profe-
sor Vidav opravil velikansko delo. Dolga leta je za-
radi pomanjkanja kadrov z velikim pedagoškim ža-
rom in nedosegljivo kvaliteto opravljal najmanj
dvojno učiteljsko delo. Predaval je številne specialne
matematične predmete za študente matematike, ne-
kaj časa tudi višjo matematiko za študente tehniških
fakultet. Njegova zasluga je tudi organizacija znan-
stvenega dela iz matematike pri nas. Bil je prvi pobu-
dnik podiplomskega študija matematike na ljubljans-
ki univerzi in na začetku prevzel glavnino dela kot
predavatelj in mentor.

Še bi lahko pripovedovali o njegovem delu v Dru-
štvu matematikov, fizikov in astronomov Slovenije,
a naj za Preseke bralce povemo le, da je bil vrsto
let tudi predsednik komisije za tekmovanje mladih
matematikov.

Za svoje delo je poleg nagrad in priznanj, ki smo
jih že omenili, profesor Vidav prejel številna visoka
jugoslovanska priznanja, vsa izključno za svoje delo
v matematiki. Leta 1992 je med prvimi v neodvi-
sni Sloveniji prejel slovensko državno nagrado za ži-
vljensko delo na raziskovalnem področju. Bil je re-

dni član Slovenske akademije znanosti in umetnosti,
častni član Društva matematikov, fizikov in astrono-
mov Slovenije ter zaslužni profesor Univerze v Lju-
bljani, ki mu je leta 1997 podelila častni doktorat.
Njegovi učenci in sodelavci smo bili zanesljivo bolj
ponosni in veseli ob družbenih priznanjih, ki jih je
prejel, kot on sam, ne nazadnje zaradi iskrenega pre-
pričanja, da so se znašla v pravih rokah.

× × ×

Koliko je ura?

↓↓↓

IVAN VIDAV

→ Gerald Weinstein je v časopisu *American Mathe-
matical Monthly* postavil tole vprašanje: Ali lahko
ugotovimo točen čas, če poznamo lego obeh kazal-
cev na uri, ne vemo pa, kateri kaže ure in kateri
minute?²

Odgovor se glasi: Ne vedno. Obstaja končno šte-
vilo leg kazalcev, pri katerih ne moremo določiti ča-
sa. To vidimo takole: Naj bo prvi kazalec med števil-
kama a in $a + 1$, in sicer naj bo njegova natančna lega
 $a + u$, $0 \leq u < 1$. (Dolžino med dvema zaporednima
številčkama na uri označimo torej z 1.) Lega drugega
kazalca pa naj bo $b + v$, $0 \leq v < 1$. (Kadar je prvi
(oz. drugi) kazalec med 12 in 1, vzamemo $a = 0$ (oz.
 $b = 0$).) Denimo, da prvi kazalec kaže ure. V času,
ko je prišel od a do $a + u$, je drugi kazalec pretekel
pot od številke 12 do $b + v$. Ker je hitrost drugega
12-krat večja, mora biti $12u = b + v$. Kadar ta ena-
kost ni izpolnjena, prvi kazalec ne kaže ur temveč
minute. Če pa je izpolnjena, nismo gotovi, da je urni
kazalec. Poglejmo še drugi kazalec. Kakor pri prvem
ugotovimo, da drugi ne kaže ur, kadar ni izpolnjena
enakost $12v = a + u$. Na vprašanje, kateri je urni in
kateri minutni kazalec, lahko odgovorimo, če ena od
omenjenih enakosti ni izpolnjena. V dvomu pa smo

¹Med prispevki, ki jih je za Presek napisal profesor Vidav,
je tudi nekaj zanimivih nalog. Vsem je avtor dodal elegantne in
natančne rešitve. V tej in naslednji številki ponovno objavljamo
dve izmed njih.

²Amer. Math. Monthly, V. 99, 1992, str. 873, Naloga 10260.



→ tedaj, kadar sta izpolnjeni obe, kadar je torej

$$\blacksquare 12u - v = b \quad \text{in} \quad -u + 12v = a.$$

Izračunajmo od tod u in v :

$$\blacksquare u = \frac{a + 12b}{143}, \quad v = \frac{12a + b}{143}. \quad (1)$$

Če je $a = b$, je tudi $u = v$; tedaj oba kazalca sovpadata in čas je določen. Koliko je ura, ne moremo ugotoviti le v primeru, ko je $a \neq b$ in se u in v izražata z (1). Lahko je namreč a ur in $5(b + v)$ minut ali pa b ur in $5(a + u)$ minut. Ker imamo za a dvanajst možnosti $a = 0, 1, \dots, 11$ in pri izbranem a enajst možnosti za b (ker je $a \neq b$), je vseh leg $12 \times 11 = 132$. V teh primerih ne vemo, kateri je urni in kateri minutni kazalec; zato je različnih leg polovico manj, torej $132 : 2 = 66$. Weinstein je postavil še dodatno vprašanje: Kaj pa, če poznamo lego sekundnega kazalca, morda je tedaj čas vselej določen?

Denimo, da prvi kazalec kaže minute. Razmak med dvema številka na uri pomeni 5 minut. Torej je preteklo $5u$ minut od trenutka, ko je bil ta kazalec usmerjan proti a . Število $5u$ ni nujno celo. Presežek nad celim številom pokaže sekundni kazalec (presežek ja treba pomnožiti s 60). Če se presežek ne sklada z lego sekundnega kazalca, potem prvi kazalec ne kaže minut temveč ure. Prav tako ugotovimo, da drugi kazalec ni minutni, kadar se z lego sekundnega kazalca ne ujema presežek števila $5v$ nad celim številom. V dvomu bi ostali tedaj, kadar bi bila oba presežka v skladu z lego sekundnega kazalca. V tem primeru pa bi morala biti oba presežka enaka in zato $5v - 5u$ celo število. Od prej vemo, da prideta v upoštevanje le u in v , ki se izražata z (1). Od tod izračunamo

$$\blacksquare 5v - 5u = \frac{5 \cdot 11(a - b)}{143} = \frac{5(a - b)}{13}.$$

Desna stran je celo število le tedaj, če je razlika $a - b$ deljiva z 13. Ker sta a in b manjša od 12, mora biti $a - b = 0$, se pravi $a = b$. V tem primeru pa se kazala na uri ujemata in lahko razberemo, koliko je ura.

Tako smo ugotovili: Če poznamo lego obeh (velikih) kazalcev na uri in lego sekundnega kazalca, lahko določimo čas, čeprav ne vemo, kateri od kazalcev kaže ure in kateri minute.

× × ×

Matematik – pisatelj Kombinatorik

↓↓↓

IVAN PUCELJ

→ Znana čarovniška beseda ABRAKADABRA je vznemirila tudi tri šolarje: Miho, Jano in Jureta. To besedo so poskusili zapisati v »naravnem abecednem zaporedju« črk

$$\blacksquare \text{AAAAABBDKRR.}$$

Jure je predlagal, naj v abecednem vrstnem redu zapišejo vse možne besede z 11 črkami, ki nastanejo, če vsakega od zgornjih simbolov uporabimo natanko enkrat.

»Koliko »besed« bo imel ta slovar?« se sprašuje Miha.

»Na kateri strani in v kateri vrstici je beseda ABRAKADABRA, če ima vrstica dve besedi, stran pa 30 vrstic?« doda Jana.

»Koliko dragocenega časa bi porabil za izpis slovarja, če potrebujem sekundo za zapis črke?« vpraša Miha.

Problem, ki ga je zastavila naša trojka, je ena od osnovnih nalog kombinatorike, ki se ukvarja s *preštevanjem*.

Pa se še mi vključimo v reševanje zgornje naloge. Dela se lotimo s premisleki. Ko v besedi premešamo črke, pride beseda iz enega »stanja« v drugo »stanje«, potem v tretje.

Če naredimo najprej npr. pet korakov, potem pa iz drugega stanja potrebujemo za prehod v tretje stanje npr. štiri korake, je na dlani, da vodi od prvega stanja v tretje stanje pet krat štiri korakov, torej dvajset korakov.

Tako smo prišli do prve zakonitosti, ki jo ponazorimo s sliko 1. Število poti (ali načinov) priti iz stanja 1 v 3 je:

$$\blacksquare n_{13} = n_{12} \cdot n_{23}.$$