PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **16** (1988/1989)
Številka 2
Strani 80–81

Marko Razpet:

GEOMETRIJSKA PONAZORITEV SKRČENJA DOLŽINE IN PODALJŠANJA ČASA

Ključne besede: matematika, geometrija, fizika, svetlobna hitrost, skrčenje dolđine, podaljšanje časa, koordinatni sistem, enotska krožnica, projekcija, podobnost trikotnikov.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/16/928-Razpet.pdf

GEOMETRIJSKA PONAZORITEV SKRČENJA DOLŽINE IN PODALJŠANJA ČASA

V posebni teoriji relativnosti sta znani formuli za skrčenje dolžine (kontrakcija dolžine)

$$l' = l\sqrt{1-(v/c)^2} \tag{1}$$

in podaljšanje časa (dilatacija časa)

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \tag{2}$$

Omenjena pojava sta posledici Lorentzove transformacije. V formulah (1), (2) pomenijo: c — hitrost svetlobe v vakuumu; v — hitrost telesa za opazovalca, ki miruje; l — lastna dolžina telesa v smeri gibanja, to je tista dolžina, ki bi jo izmeril opazovalec, ki sedi na telesu; t — čas med dvema dogodkoma za opazovalca, sedečega na telesu; l' — dolžina telesa v smeri gibanja, ki jo izmeri mirujoči opazovalec in t' čas med prej omenjenima dogodkoma, ki ga izmeri mirujoči opazovalec. Natančno razlago o vsem tem najde bralec že v Presekovi knjižnici: Janez Strnad, *Relativnost za začetnike.* Naš namen ni ta, da bi se spuščali v fizikalne podrobnosti, ampak da s preprosto geometrijsko konstrukcijo ponazorimo skrčenje dolžine in podaljšanje časa. Prepišimo formuli (1), (2) v obliko

$$l'/l = \sqrt{1-(v/c)^2}, \quad t'/t = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Podali bomo geometrijsko povezavo med števili v/c, l'/l in t'/t. V ta namen vzemimo pravokotni koordinatni sistem Oxy (dovolj je že prvi kvadrant) in v njem enotsko krožnico z enačbo $x^2 + y^2 = 1$. Točka $T(v/c, l'/l)$ leži na enotski krožnici, ker velja $(v/c)^2 + (l'/l)^2 = 1$. Na abscisni osi je torej treba vzeti točko $T'(v/c, 0)$, potegniti vzporednico z ordinatno osjo do točke T in število l'/l je ordinata točke T. Točka $T''(0, l'/l)$ je pravokotna projekcija točke T na ordinatno os. Tangenta na krožnico v točki T seka ordinatno os v točki $T'''(0, t'/t)$. Zakaj? Točka T'' ima pri danem razmerju v/c koordinati 0 in t/t'. Trikotnika OTT''' in $OT''T$ sta si podobna, saj se ujemata v dveh kotih: pravem in tistem z vrhom v točki O. Zato velja razmerje $OT''' : OT = OT : OT''$. Ker je $OT = 1$ in $OT'' = t/t'$, dobimo takoj iskani rezultat: $OT''' = t'/t$.

Iz konstrukcije je razvidno, da je $l' \leqslant l$ in $t' \geqslant t$. Pri hitrostih v, ki so majhne v primerjavi s hitrostjo svetlobe, je kvocient v/c majhen, točke T, T'' in T''' so si blizu in zato se l' malo razlikuje od l, t' pa od t. Razlike so opazne šele pri hitrostih, ki so velike v primerjavi s hitrosjo svetlobe. Če se hitrost v približuje hitrosti c, ko torej kvocient v/c raste proti 1, gre l' proti 0, t' pa neomejeno narašča.

Marko Razpet