

SAGNACOV POJAV

JANEZ STRNAD

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

PACS: 42.26.Hz

Stoletnica Sagnacovega poskusa je pripravna pretveza za kratko razpravo o krožnih interferometrih. A. A. Michelson je s sodelavcema s krožnim interferometrom opazoval vrtenje Zemlje. Potem so razvili krožne laserske interferometre in krožne vlakenske interferometre. Merilna tehnika je v sto letih doživela izjemen razvoj. Omogoča, da zasledujejo kotno hitrost Zemlje.

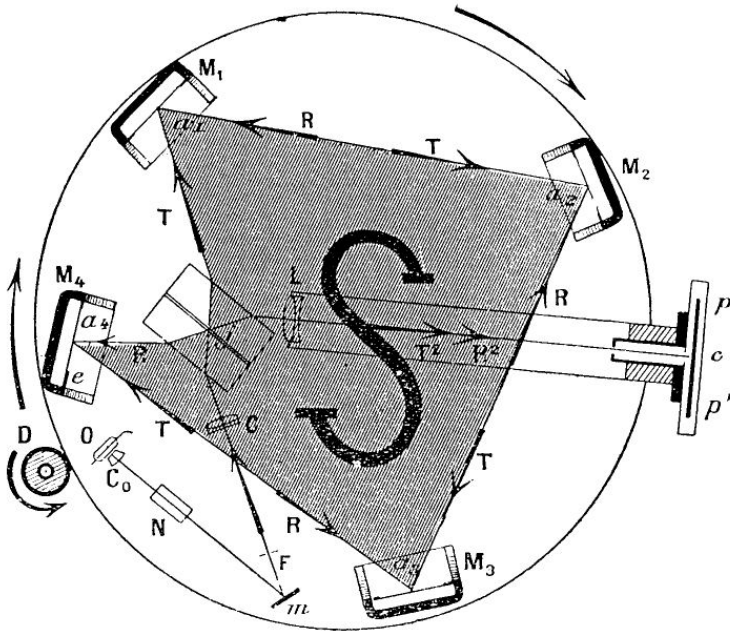
THE SAGNAC EFFECT

The centenary of the Sagnac experiment is a viable excuse for a brief discussion of ring interferometers. A. A. Michelson with collaborators observed with a ring interferometer the rotation of the Earth. Later on laser ring interferometers and fiber ring interferometers were developed. In a hundred years the measuring techniques experienced an exceptional development. Currently the angular velocity of the Earth is monitored.

Sagnacov poskus

Leta 1913 je Georges Sagnac v glasilu francoske akademije objavil kratka prispevka *Prikaz svetlobnega etra z učinkom gibanja glede na eter z interferometrom v enakomernem vrtenju in K dokazu za obstoj svetlobnega etra pri poskusu z vrtečim se interferografom* [1], [2]. Na ploščo, vrtljivo okoli navpične osi, je namestil štiri zrcala in z njimi vodil svetlobo po sklenjeni poti. S polprepustno ploščico je razdelil valovanje, da ga je del potoval v tej, drugi del pa v nasprotni smeri (slika 1). Nazadnje je delni valovanji sestavil in na zaslonu opazoval premik interferenčnih prog, ko je vrtel ploščo. Osem let po posebni teoriji relativnosti je po izidu sklepal, da eter miruje. Zapisal pa je tudi: „Rezultat merjenja kaže, da svetloba potuje s hitrostjo c neodvisno od gibanja izvira in optičnega sistema.“ K poskusu ga je napeljalo to, da se je leta 1905 začel zanimati za zvezdno aberacijo.

Vzemimo, da opazujemo v inercialnem opazovalnem sistemu. Svetloba naj potuje po obodu kroga s polmerom r po plošči, ki se vrti s kotno hitrostjo Ω . Delno valovanje, ki potuje v smislu vrtenja, porabi za obhod daljši čas, kot če bi plošča mirovala. Čas t_2 , ki ga porabi to valovanje s hitrostjo c_2 za en obhod, izračunamo iz enačbe $c_2 t_2 = 2\pi r + \Omega r t_2$. Delno valovanje v



Slika 1. Risba interferometra iz Sagnacovega članka [1].

nasprotni smeri s hitrostjo c_1 porabi krajši čas t_1 , ki ga izračunamo iz enačbe $c_1 t_1 = 2\pi r - \Omega r t_1$. V praznem prostoru sta hitrosti enaki, $c = c_1 = c_2$, in je razlika časov:

$$\delta t = t_2 - t_1 = \frac{2\pi r}{c - \Omega r} - \frac{2\pi r}{c + \Omega r} = \frac{4\pi r^2 \Omega}{c^2 - \Omega^2 r^2} = \frac{4\pi r^2 \Omega}{c^2}. \quad (1)$$

Upoštevali smo, da je obodna hitrost Ωr veliko manjša od hitrosti svetlobe c . Premik interferenčnih prog, merjen z razdaljo med sosednjima progama, dobimo kot relativno fazno razliko, ko razliko časov delimo z nihajnim časom t_0 in vstavimo valovno dolžino $\lambda = ct_0$:

$$\frac{\delta \varphi}{2\pi} = \frac{\delta t}{t_0} = \frac{4\pi r^2 \Omega}{c\lambda} = \frac{4S\Omega}{c\lambda}. \quad (2)$$

Pot objame ploščino $S = \pi r^2$. Zveza velja tudi, če sklenjena pot objame kak drug lik.

V Sagnacovem interferometru je pot svetlobe objela $S = 0,0860 \text{ m}^2$. Interferenčne proge so se premaknile, ko je interferometer začel vrteti. Najprej je vrtel ploščo z določeno kotno hitrostjo, nato je obrnil smer vrtenja, ne

da bi spremenil kotno hitrost. Opazoval je podvojeni premik interferenčnih prog $2\delta\varphi/(2\pi)$. Naredil je samo štiri meritve. Pri eni od njih so se proge pri frekvenci plošče $2,35 \text{ s}^{-1}$ in kotni hitrosti $14,8 \text{ s}^{-1}$ premaknile za $0,077$ razmika med sosednjima progama. Enačba (2) da s tema podatkom za dvojni razmik $0,068$, če vstavimo valovno dolžino zelene svetlobe 500 nm . Sagnac je kot izvir svetlobe uporabil majhno žarnico z zveznim spektrom. Čeprav ni zelo natančno meril, je bil poskus za tisti čas velik dosežek.

Drugi poskusi

Albert Abraham Michelson s sodelavcema je na Sagnacov način izmeril kotno hitrost Zemlje [3]. V enačbi (2) je bilo treba upoštevati projekcijo kotne hitrosti Zemlje na navpičnico v določenem kraju $\Omega \sin \varphi$ z zemljepisno širino φ (odločilen je skalarni produkt $\vec{S} \cdot \vec{\Omega} = S\Omega \cos(\frac{1}{2}\pi - \varphi)$). Svetlobo so z zrcali vodili po vodovodnih ceveh s premerom 30 cm , v katerih so tlak zmanjšali na 16 milibarov. Cevi so bile položene po obsegu pravokotnika 603 m krat 334 m , tako da je pot svetlobe zajela ploščino $2,014 \cdot 10^5 \text{ m}^2$. Za zvezdni dan, ki je za $3,93$ minute krajši od sončnega dne, dobimo $\Omega = 2\pi/(86164 \text{ s}) = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. To da pri zemljepisni širini $\varphi = 41,46^\circ$ za Chicago $\Omega \sin \varphi = 4,83 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Pri 269 merjenjih so izmerili premik prog $(0,230 \pm 0,005)$ razmika med sosednjima progama, kar se se je v okviru natančnosti pri merjenju ujemalo z napovedjo enačbe (2) $(0,236 \pm 0,002)$. Zemlje ni bilo mogoče zaustaviti, da bi določili začetno lego interferenčnih prog. Ugotovili so jo z interferometrom z veliko krajšim obsegom, ki so ga postavili ob velikem interferometru. Pri tem so si pomagali tako, da so najprej uporabili kot izvir obločnico in nato izvir natrijeve svetlobe.

Krožni interferometri imajo zanimivo zgodovino [4]. O velikem krožnem interferometru so razmišljali že prej, na primer Oliver Lodge leta 1897 in A. A. Michelson leta 1904 . Z njim so se nadejali ugotoviti, ali eter v vesolju miruje ali se na površju lepi na Zemljo kot viskozna tekočina. Max von Laue je leta 1911 nadaljeval Michelsonovo razmišljanje in potrdil, da posebna teorija relativnosti v prvem redu da enak izid kot etrska teorija. Paul Langevin in drugi so pozneje ta izid dobili tudi v vrtečem se, to je neinercialnem opazovalnem sistemu.

Že v letih med 1909 in 1911 se je Franz Harress želel prepričati, da hitrost svetlobe $c/n \pm k_F v$ v snovi, ki se giblje s hitrostjo v , v prvem redu podaja

Fresnelov koeficient $k_F = 1 - 1/n^2$ z lomnim količnikom n . Fresnelov koeficient je izmeril Armand Hyppolite Fizeau leta 1851 pri poskusu, pri katerem sta delni valovanji potovali po toku tekočine v smeri toka in v nasprotni smeri. Poskus sta leta 1886 ponovila A. A. Michelson in E. W. Morley [5]. Harress ni uporabil toka tekočine, ampak je prozorno snov vrtel. Interferometer, v katerem je s totalnim odbojem svetlobo vodil po desetih steklenih prizmah, je poganjal z majhno turbino. Pred Sagnacom je opazil premik interferenčnih prog, a ga sprva ni znal pojasniti. Pri tem je v računu naredil napako. Njegovo delo je ostalo neobjavljeno. Na Lauejevo pobudo so poskus Harressa, ki je padel v prvi svetovni vojni, ponovili in leta 1920 o tem poročali. Nasploh so o poskusih Sagnacove vrste veliko razpravljali.

Krožni laserski in krožni vlakenski interferometer

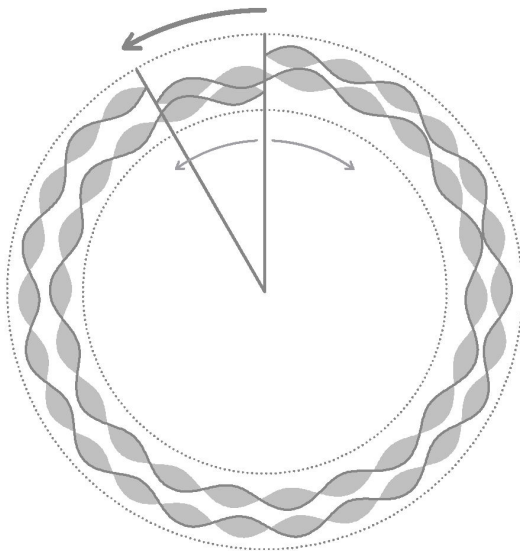
Kmalu potem ko so izdelali prve laserje, so pomislili na laserski krožni interferometer. Prve račune je naredil A. H. Rosenthal leta 1962. S poskusi sta začela Warren M. Macek in D. T. M. Davies leta 1963, ameriški patentni urad pa je odločil, da je prvi laserski krožni interferometer izdelal Chao Chen Wang pri družbi Sperry Gyroscopes.

Krožni laserski interferometer naredijo tako, da sklenjeno cev z zrcali izsesajo in vanjo uvedejo mešanico helija in neona pri majhnem tlaku. V delu cevi z visokofrekvenčnim električnim poljem ustvarijo plazmo, v kateri se s stimuliranim sevanjem ojačujeta valovanji, ki potujeta v nasprotnih smereh. V delnih valovanjih je različno število valovnih dolžin, zato se valovni dolžini malo razlikujeta in imata valovanji malo različni frekvenci (slika 2). Relativna sprememba valovne dolžine je enaka relativni spremembi frekvence in relativni spremembi dolžine, ki jo prepotujeta valovanji: $\delta\lambda/\lambda = \delta\nu/\nu = \delta l/l$. Eno od valovanj ima za $2\pi r \cdot (r\Omega/c)$ daljšo pot, drugo pa za toliko krajšo, tako da je $\delta l = 4\pi r \cdot (\Omega r/c)$. Z zapisano zvezo sledi:

$$\delta\nu = 4\pi r \frac{\Omega r}{c} \cdot \frac{\nu}{l} = \frac{4S\Omega}{\lambda l}. \quad (3)$$

Z interferenco valovanj nastane utripanje s frekvenco $\delta\nu$. Merjenje frekvence je precej bolj pripravno kot merjenje premika interferenčnih prog. To je prednost krožnih laserskih interferometrov.

Leta 1966 je Charles K. Kao predlagal uporabo svetlobnega vodnika (in leta 2009 dobil polovico Nobelove nagrade). Postopno so razvili valovne

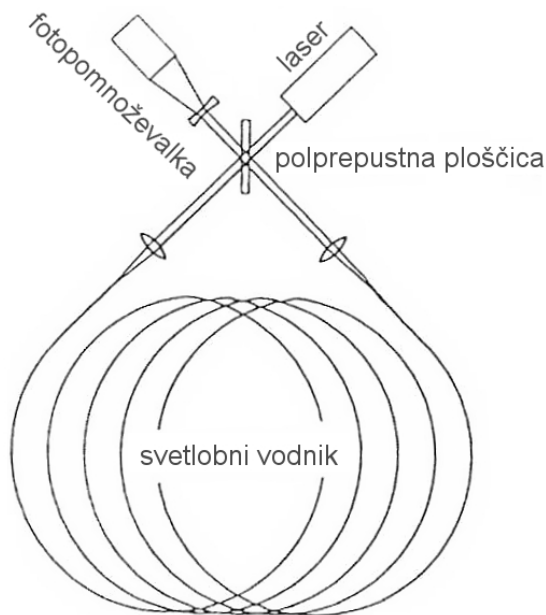


Slika 2. Poenostavljena risba valovnih dolžin v krožnem laserskem interferometru. Valovna dolžina valovanj v resonatorju je narisana močno pretirana [2].

vodnike v obliki tankih kremenovih vlaken, v katerih lomni količnik od osi proti robu pojema. Svetloba zaradi totalnega odboja ne uide iz vlakna, če to ni prehudo ukrivljeno. Vlakno vodi svetlobo na znatne razdalje. Misel, da bi vlakno uporabili v krožnem interferometru, je obdelal leta 1976 R. W. Shorthill s sodelavcem.

Vlakenski interferometer naredijo tako, da optično vlakno navijejo na kolut s polmerom r v N ovojih. Skozi polprepustno ploščico na obeh krajih uvedejo laserski curek, da potuje v tej in v nasprotni smeri. Valovanje, ki nastane z interferenco, zaznava fotopomnoževalka (slika 3). Pot svetlobe v ovojih se podaljša in je treba enačbo (2) opremiti s številom ovojev N kot dodatnim faktorjem. V vlaknu svetloba potuje po snovi. Eden od delnih curkov potuje po vlaknu, ki se giblje s hitrostjo Ωr v smeri potovanja, drugi pa v nasprotni smeri, če se ovoji vrtijo s kotno hitrostjo Ω okoli geometrijske osi. Ne zadovoljimo se s prvim redom in Fresnelovim koeficientom, ampak uporabimo enačbo posebne teorije relativnosti za seštevanje hitrosti: $(v_x \pm v_0)/(1 \pm v_0 v_x/c^2)$. Vstavimo $v_x = c/n$ in $v_0 = \Omega r$ in dobimo:

$$c_2 = \frac{c/n + \Omega r}{1 + \Omega r/(nc)} \quad \text{in} \quad c_1 = \frac{c/n - \Omega r}{1 - \Omega r/(nc)}.$$



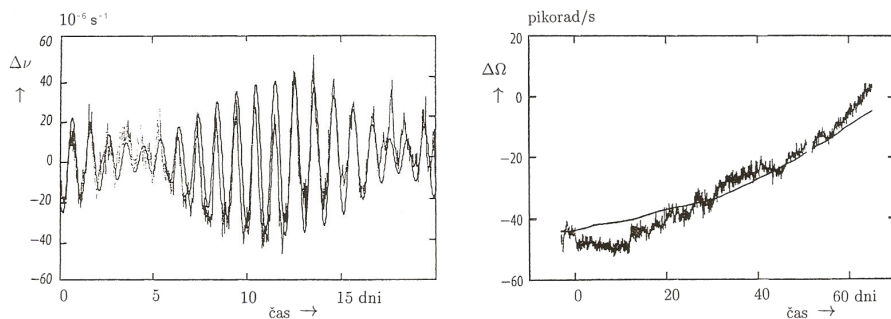
Slika 3. Poenostavljena risba krožnega vlakenskega interferometra.

S tema hitrostna sledi za razliko časov $\delta t = t_2 - t_1 = 4\pi r^2 \Omega / c^2$, enako kot v vakuumu. Snov ne prizadene premika interferenčnih prog. Michelson je verjetno poznal ta izid, a se ni želel nanj opreti, zato je v ceveh interferometra zmanjšal tlak.

Vlakenske krožne interferometre sestavljajo sami trdni deli. Zato so odporni na udarce in so lahko zelo majhni. Taki interferometri so prevzeli vlogo vrtavk, giroskopov, v inercialnih navigacijskih sistemih. K njihovem razvoju so znatno prispevale letalske družbe. Krožni laserski interferometri so precej dražji od vlakenskih. Pri izdelavi zahtevajo večjo natančnost in boljša zrcala, katerih odbojnost je le za 10^{-6} manjša od 1. So težji, večji in občutljivejši na tresljaje ter imajo v splošnem krajši življenjski čas. Pri majhni kotni hitrosti se lahko pojavijo motnje. Na drugi strani ni težav z določitvijo kotne hitrosti 0, ki se pojavi pri vlakenskih interferometrih.

Kotna hitrost Zemlje

Pri velikem številu podatkov, ki jih potrebujemo pri raziskovanju in v vsakdanjem življenju, na primer pri določanje lege na Zemlji z GPS, moramo na-



Slika 4. S Krožnim laserjem G so zasledovali spreminjanje kotne hitrosti Zemlje. Frekvenca se spreminja s periodo enega dne in zaradi delovanja Lune s periodo dveh tednov. Na navpično os so nanesele spremembe frekvence v milijoninah vrtljaja, na vodoravno pa dnevi. Izmerjena in napovedana krivulja se dobro ujemata (levo) [6]. Opazovali so tudi letne in Chandlerjeve spremembe. Gładka krivulja podaja rezultate interferometrije z zelo dolgo osnovnico. Primerjava krivulj pokaže, kako stabilno je deloval krožni laser. Na navpično os so nanesele spremembe kotne hitrosti v pikoradianih na sekundo ($1 \text{ pikorad/s} = 5,73 \cdot 10^{-11} \text{ }^\circ/\text{s}$), na vodoravno pa dnevi (desno) [6], [7].

tančno poznati lego zemeljske osi. To je mogoče ugotoviti z interferometrijo z zelo veliko osnovnico VLBI (Very Long-Base Interferometry). Mikrovalove zelo oddaljenega vesoljskega izvira radijskih valov, kvazarja, sprejemata dva radioteleskopa na zemeljskem površju v razdalji več tisoč kilometrov. Zaradi velike oddaljenosti kvazarja lahko vzamemo, da je valovno čelo ravno. Po zakasnitvi valovanj v radioteleskopih, ki jo ugotovijo z interferenco, lahko sklepajo na lego osi v prostoru in na kotno hitrost. Te vrste merjenja so zahtevna in draga. Zato jih opravljajo bolj poredko, denimo, dve po 24 ur trajajoči merjenji na teden. Med merjenjema neprekinjeno zasledujejo kotno hitrost Zemlje s krožnimi laserskimi interferometri. Zemlja ni togo telo. Luna na primer povzroči v Srednji Evropi dvig zemeljske skorje za dvajset centimetrov s periodo 365,25 dneva. Geometrijska os Zemlje se ne pokriva z vztrajnostno osjo. Zemlja se giblje po malo sploščeni elipsi. Vse to povzroči, da se razmere spreminjajo približno s periodami enega dne, dveh tednov in enega leta. Seth Carlo Chandler je leta 1891 odkril nihanje zemeljske osi s periodo 435 dni, ki so ga pozneje pojasnili s spremembo tlaka na dnu oceanov in zračnega tlaka. Našteti pojavi povzročajo spremembo efektivnega vztrajnostnega momenta Zemlje in s tem spremembo kotne hitrosti.

Na svetu je nekaj velikih krožnih laserskih interferometrov, s katerimi zasledujejo kotno hitrost Zemlje. Interferometer s ploščino kvadratnega me-

tra deluje v opuščenem bunkerju v Christchurchu na Novi Zelandiji [4]. Od leta 2009 tam deluje tudi največji krožni laserski interferometer s ploščino $39,7 \text{ m}$ krat 21 m , to je 834 m^2 . Od leta 2001 deluje *Krožni laser G* Geodetskega observatorija Wettzell v Bavarskem gozdu s ploščino 4 m krat 4 m , to je 16 m^2 . Slednji je na glasu, da je od vseh najbolj stabilen (slika na naslovnici) [6]. Nemška raziskovalna skupina sodeluje z novozelandsko [7].

Med merjenjem se ne smejo spremeniti razdalje med deli naprave. Krožni laser G je postavljen na ploščo iz steklene keramike z linearnim razteznostnim koeficientom, manjšim od $5 \cdot 10^{-9} \text{ K}^{-1}$. Interferometer je pod zemljo v prostorih s kolikor mogoče stalno temperaturo in stalnim tlakom. Z interferometrom neprekinjeno zasledujejo spremembe zemeljske kotne hitrosti. Interferometer uporablja mešanico štiridesetih delov helija in enega dela neona pri tlaku 5 milibarov. Ojačevanje poteka v 10 cm dolgi kapilari s premerom 5 mm, a območje plazme je dolgo le 3 cm. Z zrcali z zelo veliko odbojnostjo in drugimi prijemi so kolikor mogoče zmanjšali izgube. Potem ko izključijo ojačevanje, valovanje traja še 1,2 milisekunde in prepotuje 360 km. Zelo majhen del valovanj, ki izstopi skozi eno od zrcal, vodijo na polprevodniški merilnik in po opazovani frekvenci utripanja sklepaajo na spremembe kotne hitrosti (slika 4) [6], [7]. Sodobni krožni laserski interferometri imajo za okoli 12 velikostnih stopenj boljšo ločljivost od Michelsonovega. To priča o izjemnem razvoju merilne tehnike.

LITERATURA

- [1] M. G. Sagnac: *L'éther lumineux démontré par l'effet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme*, Comptes rendus **157** (1913) 708–710; *Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant*, Comptes rendus **157** (1913) 1410–1413. Angleški prevod: http://en.wikisource.org/wiki/The_Demonstration_of_the_Luminiferous_Aether; http://en.wikisource.org/wiki/On_the_Proof_of_the_Reality_of_the_Aether.
- [2] *Sagnac effect*, http://en.wikipedia.org/wiki/Sagnac_effect.
- [3] A. A. Michelson, H. G. Gale in F. Pearson, *The effect of the earth's rotation on the velocity of light*, Astrophys. J. **61** (1925) 137–145. Članek je mogoče dobiti na spletu.
- [4] R. Anderson, H. R. Bilger in G. E. Stedman, „Sagnac“ effect: A century of Earth-rotated interferometers, Am. J. Phys. **62** (1994) 979–985.
- [5] J. Strnad, *Michelsonovi poskusi*, Obzornik mat. fiz. **30** (1983) 167–178.
- [6] U. Schreiber, *Ein Ring, die Erde zu finden*, Physik Journal **12** (2013) 25–30 (5).
- [7] K. U. Schreiber, T. Klügel, J.-P. R. Wells, R. B. Hurst in A. Gebauer, *How to detect the Chandler wobble of the Earth with a large ring laser gyroscope*, Phys. Rev. Lett. **107** (2011) 173904 1–4.