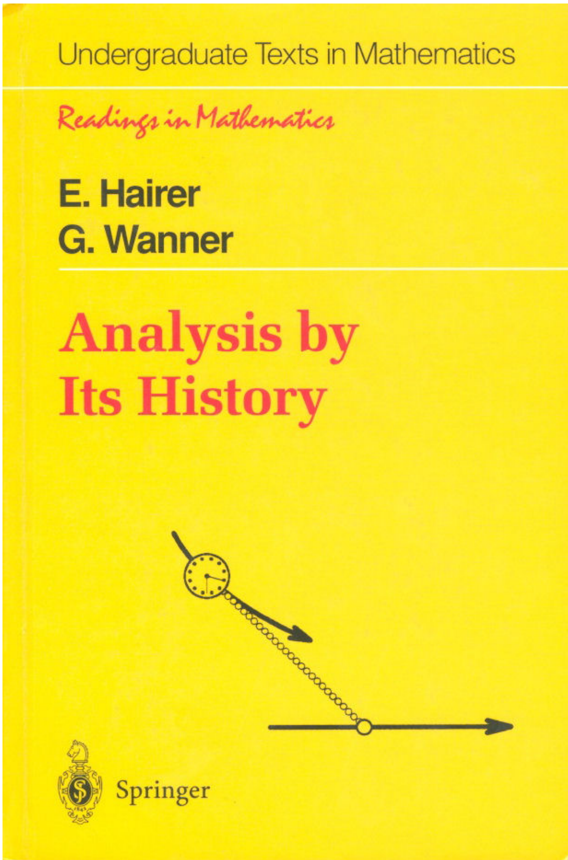
NOVE KNJIGE

E. Hairer, G. Wanner, Analysis by Its History, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1995, 374 strani.



Sijajno komponirana knjiga predstavi postopen razvoj idej analize od začetnih pogumnih, a nezadostno dokazanih metod računanja z neskončno majhnimi količinami prek postopnega izčiščevanja pojmov ob pomembnih problemih, primerih in protiprimerih do formulacije njenih načel v strogi obliki in razširitve njenega dometa na probleme z več spremenljivkami. Številni originalni citati in primeri nalog tvorcev analize (Eulerja, Newtona, Bernoullijev itd.) bralcu še dodatno omogočijo globlje vživetje v duha analize, kot ga prinese zgolj premočrtno obvladovanje njenih že izdelanih postopkov.

Knjiga je razdeljena na štiri poglavja. Prvo poglavje z naslovom Uvod v analizo neskončnosti obravnava izvor elementarnih funkcij in pojasni prelomni vpliv, ki ga je imela Descartesova *Geometrija* (1637) na njihovo izračunavanje. Descartesa je navdihnil eden od nerešenih problemov starogrške geometrije, Pappusov problem, ki ga je rešil z vpeljavo koordinatnega sistema, v katerem pa se osi ne sekata pod pravim kotom (kar običajno povezujemo s pojmom kartezičnega koordinatnega sistema). Samo idejo prevesti geometrijski problem na sistem enačb, v katerih znane in neznane količine označimo s črkami, ki je pri Descartesu doživela poln razcvet, je formuliral že François Viete v delih *In artem analyticam isagoge* (1591) in *Algebra nova* (1600). Nadaljnja prelomna ideja je bila namesto algebraičnih enačb tipa $f(x) = g(x)$ iskati ničle polinoma $y = p(x)$. Avtorja zelo jasno prikažeta zveze med interpolacijskim polinomom, Newtonovo diferenčno shemo, Pascalovim trikotnikom in binomskim izrekom (pri dokazu katerega je Pascal podal enega prvih dokazov z indukcijo) ter posplošenim binomskim izrekom. Predstavita tudi ključno vlogo, ki jo je odigral Euler pri definiciji in izpeljavi osnovnih formul v zvezi z eksponentno, logaritemsko in trigonometrijskimi funkcijami ter kompleksnimi števili (npr. $e^{ix} = \cos x + i \cdot \sin x$). Na primeru računanja logaritmov ter iskanja približkov za π spoznamo ogromen napredek, ki so ga prinesle neskončne vrste, neskončni produkti ter verižni ulomki (s pomočjo katerih je bilo mogoče npr. dokazati, da je $\pi/4 = \arctan 1$ iracionalno število). Avtorja posvečata veliko pozornost primerjavi konvergence različnih vrst (npr. Mercatorjeve (1668) za $\ln(1 + x)$ in Gregoryjeve (1668) za $\frac{1+x}{1-x}$). Konvergenco različnih vrst nazorno prikažeta tudi s številnimi slikami.

Drugo poglavje, naslovljeno Diferencialni in integralski račun, prikaže nastanek diferencialnega in integralskega računa (ki je precej starejši, saj je računanje ploščin, površin in volumnov zaposlovalo največje matematike od antike dalje – npr. Arhimeda, Keplerja, Cavalierija, Vivianija, Fermata). Predstavljene so osnovne formule v zvezi z odvodom, višjimi odvodi, obravnavan je Fermatov problem o maksimumih in minimumih, Fermatovo načelo lomljenja svetlobe, Taylorjeve vrste, Newtonova metoda iskanja ničel, ovojnice in ukrivljenost krivulj. Poudarjen je prelomen pomen, ki ga je imelo odkritje Newtona, Leibniza in Johanna Bernoullija, ki so neodvisno drug od drugega spoznali, da je integracija *inverzna* operacija od diferenciranja, kar je omogočilo, da se reševanje nalog s tega področja prevede na nekaj preprostih pravil. Avtorja predstavita še uvedbo nove spremenljivke, integracijo po delih, Taylorjevo formulo z ostankom, integracijo racionalnih funkcij in numerične metode računanja integralov. Obravnavo navadnih diferencialnih enačb uvajajo Leibnizeva izohrona, traktrisa (katere iskanje je spodbudil Claude Perrault), Bernoullijeva verižnica, ter brahistohrona. Predstavljena je tudi Eulerjeva (1768) metoda iskanja rešitev enačb s t. i. Eulerjevimi poligoni ter Euler-MacLaurinova sumacijska formula.

V tretjem poglavju, Temelji klasične analize, je predstavljeno obdobje, ki je sledilo Eulerjevi smrti 1783, ko se je zdelo, da je Euler na 30 000 straneh svojega dela odkril že vse, kar je bilo vrednega odkriti. Novo obdobje, ki je prekinilo to stagnacijo, so napovedale Lagrangeeva „Theorie des fonctions analytiques“ (1797), Gaussova disertacija (1799) o „Osnovnem izreku algebre“ ter študij konvergence hipergeometrijske vrste (Gauss 1812). Cauchy je (1821) v svojem slavnem „Cours de analyse“ zastavil naslednja vprašanja: Kaj so v resnici odvod, integral, neskončna vrsta? Odgovor na vsa ta vprašanje je bil: limite. In kaj je limita? Število. In kaj je število? Na to vprašanje so odgovorili Weierstrass in sodelavci okrog 1870–1872. Razjasnili so pojme enakomerne konvergence, enakomerne zveznosti ter odvajanja in integriranja neskončnih vrst po členih.

Četrto poglavje, Diferencialni in integralski račun v več spremenljivkah, se začne z obravnavo topologije n-razsežnega prostora, potem pa obravnava večkratne integrale in mnoge pojave, ki pri funkcijah ene spremenljivke sploh ne nastopajo (npr. Jacobijevo (1834) produktno formulo za gama funkcijo). Med drugim srečamo tudi slavno Cantorjevo množico (1883), pa trikotnik in kvadrat Sierpinskega (1915, 1916) in krivuljo Peano-Hilberta (1890, 1891).

Knjiga je vredna branja, saj prikaže znane teme iz analize v zgodovinski perspektivi, z zanimivim prikazom in številnimi izvornimi citati ter netrivialnimi nalogami pa bralca še dodatno motivira za nadaljnji poglobljen študij analize.

Jurij Kovič

VESTI

POROČILO O STROKOVNEM SREČANJU IN 64. OBČNEM ZBORU DMFA SLOVENIJE

Vsakoletno srečanje članov našega društva je letos potekalo 19. in 20. oktobra 2012 v Rimskih Toplicah. Dvodnevni strokovni program je prinesel vrsto zanimivih prispevkov, ki so jih pripravili avtorji z različnih ustanov – med drugimi so na srečanju sodelovali predavatelji z vseh štirih slovenskih