PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **1** (1973/1974)
Številka 1
Strani 44

Tomaž Pisanski:

MATEMATIČNA OLIMPIADA

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/1/1-1-Pisanski.pdf

O XIV. MEDNARODNI MATEMATIČNI OLIMPIADI

Že več let zapored sodeluje Jugoslavija na mednarodnih matematičnih olimpiadah za srednješolce. Lani je bila olimpiada na Poljskem, v Toruńu, rojstnem mestu slovitega astronoma Mikołaja Kopernika. Toruń je staro slikovito mesto ob Wisłi na severu Poljske. Središče mesta je bilo zgrajeno v prejšnjih stoletjih. Nekatere zgradbe, med njimi mestna hiša z muzejem, so celo iz 14. stoletja. Toruń je bil vse skozi univerzitetno središče, v današnji dobi pa postaja tudi močan turistični center.

Na olimpiadi je sodelovalo štirinajst ekip. Vsako ekipo je sestavljalo osem mladih matematikov, le ekipa Kube je štela samo tri člane. V jugoslovanski ekipi so bili: Boris Lavrič, Dragoslav Ljubić, Uroš Milutinović, Ivan Mirković, Pavle Mladenović, Srdjan Ognjanović, Marko Tadić in Vladimir Vulović.

Tekmovalci so reševali kot običajno šest nalog. Za prve tri naloge so imeli na razpolago štiri ure. Naslednjega dne pa so za reševanje preostalih treh nalog imeli pol ure več časa. Tekmovalec je lahko dosegel največ 40 točk. Za prvo nalogo največ 5 točk, za drugo 6 točk, za šesto 8 točk in za ostale po 7 točk.

Naloge za prvi dan, 10.julij 1972:

1. Dana je poljubna množica desetih različnih dvoštevilčnih naravnih števil. Dokaži, da obstajata dve neprazni disjunktni podmnožici dane množice, tako da je vsota elementov ene enaka vsoti elementov druge podmnožice.

2. Dokaži, da velja naslednja trditev za vsa naravna števila n, $n \geq 4$: "Poljubni tetivni četverokotnik lahko razbijemo na n tetivnih četverokotnikov."

3. Bodita m in n negativni celi števili. Dokaži, da je
$$\frac{(2m)!(2m)!}{m!\,m!\,(m+m)!}$$
celo število. (Opomba: $0! = 1$).

Naloge za drugi dan:

4. Poišči vse rešitve $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ naslednjega sistema neenačb:
$$(x_1^2 - x_3x_5)(x_2^2 - x_3x_5) \leq 0$$
$$(x_2^2 - x_4x_1)(x_3^2 - x_4x_1) \leq 0$$

$$(x_3^2 - x_5x_2)(x_4^2 - x_5x_2) \leq 0$$

$$(x_4^2 - x_1x_3)(x_5^2 - x_1x_3) \leq 0$$

$$(x_5^2 - x_2x_4)(x_1^2 - x_2x_4) \leq 0$$

kjer so x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 pozitivna realna števila.

5. Bodita f in g realni funkciji, definirani na intervalu $(-\infty, \infty)$, ki zadoščata enačbi

$$f(x + y) + f(x - y) = 2f(x)g(y)$$

za vse x in y. Dokaži: če f ni identično enaka nič in če $|f(x)| \leq 1$ za vse x, tedaj je $|g(y)| \leq 1$ za vse y.

6. Dane so štiri različne vzporedne ravnine. Dokaži, da obstaja pravilen tetraeder, ki ima v vsaki od teh ravnin po eno oglišče.

Osem tekmovalcev je doseglo vseh 40 točk. Dobili so prve nagrade. Drugo nagrado je dobilo 16 tekmovalcev, ki so nabrali manj kot 40 in več kot 29 točk. Tretjo nagrado je dobilo 30 tekmovalcev. Za nagrado so potrebovali vsaj 19 točk.

Med tretjenagrajenimi so tudi trije Jugoslovani: Vladimir Vulović je dobil 26 točk, Boris Lavrič 25 točk in Ivan Mirković 23 točk. Lani so se najbolje odrezali srednješolci iz Sovjetske zveze, skupno so dosegli 270 točk. Tik za njimi so z 263 točkami Madžari, tretji pa so Vzhodni Nemci z 239 točkami. Jugoslavija je dobila 136 točk in je delila z Avstrijo sedmo mesto.

Po končanem tekmovanju smo vsi udeleženci olimpiade odšli na izlet po severozahodnem delu Poljske, tako sem utegnil poklepetati z našim nagrajencem Borisom Lavričem.

Presek: Boris, kako si zadovoljen z rezultatom, ki si ga dosegel na olimpiadi? Kaj si pričakoval pred tekmovanjem? Ali so bile naloge po tvojem mnenju težke?

B.Lavrič: Z rezultatom sem zadovoljen. Nisem pa zadovoljen s tem, kar sem na tekmovanju delal. Prve, najlažje naloge nisem rešil zato, ker sem napačno prebral besedilo; tudi pri drugi sem nekaj spregledal in mi je v resnici žal, da nisem osvojil več točk. Težko je reči, kaj sem pričakoval pred tekmovanjem, sem pa le upal na 3.nagrado. Naloge niso bile težke. Potrebno je bilo le nekaj spretnosti, ne pa mnogo znanja in miselnega napora.

Presek: Ali bi lahko opisal, prosim, kako se pripravljaš na tekmovanja in posebej, kako si se pripravil na lansko olimpiado?

B.Lavrič: Ko med letom prebiram nekatera zanimiva matematična dela, na primer knjižice iz zbirke "Matematična biblioteka" ali morda ruske zbirke nalog za srednješolce ter rešujem naloge, ne mislim, da se s tem pripravljam na tekmovanja. To delam zgolj iz veselja do matematike. Res pa je, da sem se letos pred olimpiado intenzivneje ukvarjal z matematiko. Kljub temu so mi dnevi pred tekmovanjem ostali prosti.

Presek: Ali si zadovoljen z načinom izbire tekmovalcev v "olimpijsko" ekipo?

B.Lavrič: Način izbire po mojem ni najboljši, toda skoraj ne-mogoče bi ga bilo spremeniti. Tekmovalec mora v pičlih nekaj nalogah pokazati svoje sposobnosti in ravno med temi nalogami so mogoče take, ki mu "ne ležijo".

Presek: Jugoslavija je letos sedma do osma. Kaj meniš, bi bilo potrebno storiti, da bi na naslednjih olimpiadah svojo uvrstitev popravila?

B. Lavrič: Potrebno bi bilo več organizirane priprave, več medsebojnega sodelovanja, kar pa je seveda težko izvesti. Poleg tega nekateri tekmovalci težko dobijo dober material za delo - tudi z menoj je bilo tako!

Presek: Gotovo si reševal naloge iz prejšnjih olimpiad. Ali se ti zdi, da so naloge vsako leto težje, t.j. da njihova kvaliteta raste?

B. Lavrič: Da, res je. Težavnost nalog raste in s tem tudi kvaliteta. Zgodi pa se, vendar zelo redko, da so naloge kakšne olimpiade lažje od prejšnjih.

Presek: Še leto dni je pred tvojo naslednjo pomembno odločitvijo. Zdaj ti je matematika konjiček, šola pa nujnost. Ali že veš, kaj boš študiral po končani gimnaziji? Kako boš zapolnil praznino v sebi, ki bo nastala, ko boš prenehal tekmovati?

B. Lavrič: Študiral bom tehniško matematiko. Bolj mi ugaja kot pedagoška. Tekmovanja bom skušal nadomestiti s tem, da si bom poiskal primerno gradivo za nadaljnji študij, pa tudi z reševanjem težjih problemov, ki jih bom skušal dobiti.

Presek: Zvedel sem, da tudi sam sestavljaš in posplošuješ naloge. Ali bi lahko bralcem Preseka zastavil kakšno manj znano nalogo?

B. Lavrič: Kje naj leži točka, da bo vsota razdalj te točke od vseh oglišč pravilnega n-kotnika najmanjša?

Presek: Boris, najlepša hvala za razgovor. Želim ti obilo uspehov v nadaljnjih tekmovanjih, študiju in delu. Upam, da boš v prihodnje del znanja in idej predajal mlajšim vrstnikom tudi v Preseku.

Tomo Pisanski